

11-10 地震検出率とb値の同時推定と余震の確率予測

Simultaneous estimation of b-values and detection rates of earthquakes for the application to aftershock probability forecasting

統計数理研究所 尾形良彦
Yoshihiko Ogata, Institute of Statistical Mathematics

1. 検出された全地震のマグニチュード頻度分布モデルについて

マグニチュードの下限値 M が下がるに連れて、その大きさ以上の地震の数 N が Gutenberg-Richter の法則 $\log_{10} N = a - bM$ (第1図右上図) に従って指数的 (第1図左上図) に増える。これに対して、第1図中段図にあるように、マグニチュード M の地震の検出率の関数 $q(M | \mu, \sigma)$ を考える。この関数は、非常に小さい地震は値0 (非検知) をとり大きな地震は値1 (確実検知) であるように、確率0から1まで M に関して単調に増加するもので、例えば正規分布の累積関数が考えられる。その平均値 μ は50%の検出率の M を示し、標準偏差 σ は部分的に検出されるマグニチュードの範囲を示す。パラメタ μ, σ は地震計の性能、観測ネットの配置や密度によって決まる。かくして、検出される地震 M の頻度分布は

$$f(M | b, \mu, \sigma) = 10^{-bM} q(M | \mu, \sigma) / \int_{-\infty}^{\infty} 10^{-bM} q(M | \mu, \sigma) dM$$

で与えられる。この頻度分布 (第1図左下図) の対数スケール図 (第1図右下図) は気象庁カタログや Harvard カタログなどで経験的に見られるものと良く合う。そこで、検出地震のマグニチュードのデータ $\{M_1, \dots, M_N\}$ が与えられているとする。仮にパラメタ b, μ, σ が定数であるなら対数尤度関数は

$$\log L(b, \mu, \sigma) = \sum_{i=1}^N f(M_i | b, \mu, \sigma)$$

となり、これを最大化することで最尤推定値 $\hat{b}, \hat{\mu}, \hat{\sigma}$ が求められる。しかし実際は、 b, μ, σ は領域ごとに異なり、時間経過と共に変わっていくことが多い。余震データについて、これらを推定するために $b(t), \mu(t), \sigma(t)$ を B スプライン関数基底で展開してベイズ的平滑化法を使う¹⁾。こうして、時間と共に変化する検出率関数が分かれれば、各マグニチュードの検出率を推定でき同時に下限マグニチュードにこだわることなく b 値の時間変動も推定できる。さらに、検出された全ての地震データを使って、下限マグニチュードにこだわることなく地震発生率モデル (改良大森式や ETAS など) を推定できる。そして、欠測地震を含む全ての地震の地震発生率の推定値を、任意のマグニチュード M に対して与えることが可能である。

2. 余震の b 値と検出率変化推定と余震確率の算定

余震の検出率は本震直後には極めて低くて、時間経過と共に検出率が改善される。2003年宮城県沖の地震 (M7.0) の一年にわたる余震列の $b(t), \mu(t), \sigma(t)$ の推定結果を第2図左側3図に与えた。 b 値と σ 値は殆ど定数的に変化しており、 b 値は標準より低い。十分時間が経過した時 (本震後2週間~20日) は M0.5 で 50% の検出率となり、一定している。 σ 値が一定であることも合わせて、気象庁一元化データは一様に検出されている事を示している。これは各下限マグニチュードの累積曲線 (第2図右上2図) からも分かる。

宮城県沖の地震の余震活動は、震源が比較的深いこともあり2次余震が顕著でなく、改良大森公式に良く当てはまる。第2図右下図に、検出された M0.0 以上の余震の減衰を経過時間と頻度の両対数プロットであった。同じ図の減衰曲線が、欠測地震を含む、発生したはずの全ての M0.0 以上の余震の

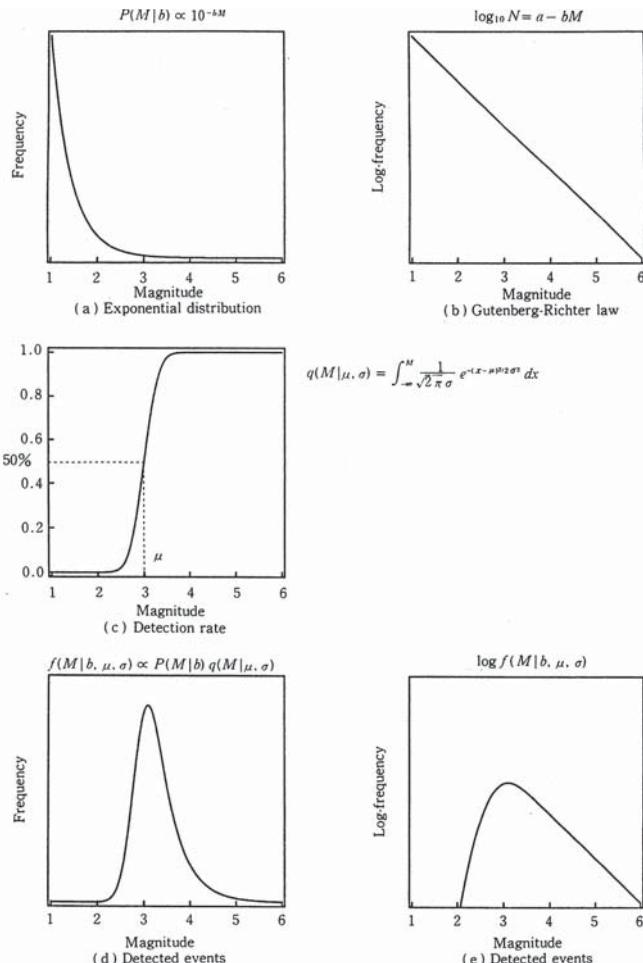
減衰の推定曲線である。両プロットは漸近的に平行になっている。

2004年新潟県中越地震の余震、本震後1週間の $b(t)$, $\mu(t)$, $\sigma(t)$ の推定結果を第3図左側3図に示した。検出率が上がっていく様子が示されている。 b 値と σ 値は定数的に変化しており、 b 値は標準より低い。第3図中央3図に、本震後6時間内の検出地震の解析結果を示した。第3図左側図の当該期間の結果とほぼ同じであり、本震直後の余震の確率予測の方法^{2,3,4)}を改善できる可能性を示唆している。第3図右側図にM4.2以上, M2.0以上そして全ての検出された余震の頻度の時間的推移について両対数プロットであった。この図の減衰曲線は、欠測地震を含むM4.2以上とM2.0以上の余震の減衰の推定曲線である。

本解析のデータについては気象庁一元化震源データを使用した。

参考文献

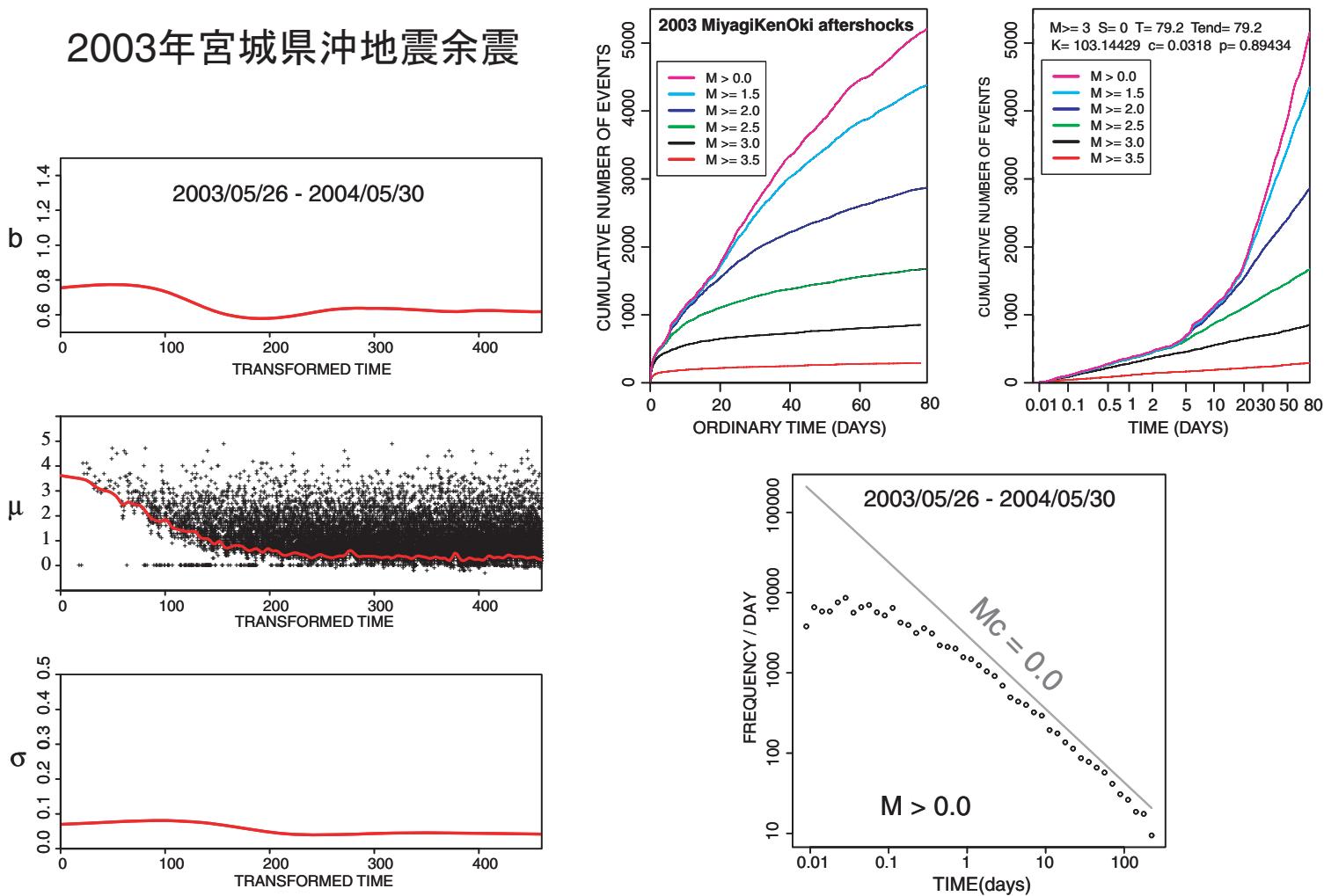
- 1) Ogata, Y. and Katsura K. Geophys. J. Int., 113, (1993), 727-738.
- 2) Reasenberg and Jones, Science, 243 (1989), 1173-1176
- 3) Utsu, J. Fac. Sci. Hokkaido Univ., Ser. VII, 2 (1970), 197-266.
- 4) 地震調査委員会, <http://www.jishin.go.jp/main/yoshin2/yoshin2.htm> (1998).



第1図 地震検出率と b 値の同時推定をするモデルの模式図（本文参照）。

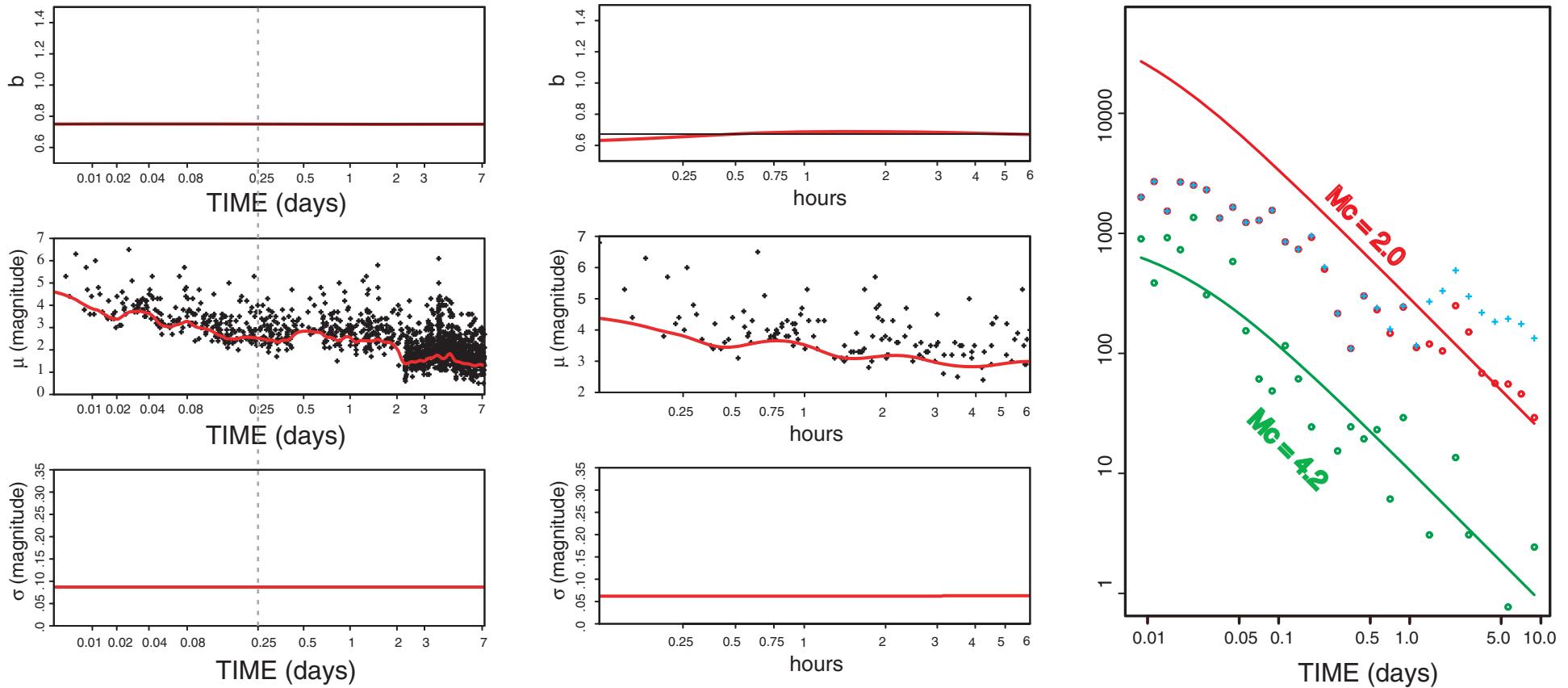
Fig.1 Shematic diagram showing the probabilistic interpretation of the frequency distribution of detected earthquakes. The straight line in the top right panel indicates the Gutenberg-Richters' relation of magnitude frequency in logarithmic scale, and top left panel shows the same relation in linear scale. The solid curve in the middle raw shows the detection-rate probability of events at each magnitude in linear scale ranging between 0 and 1. The functions in the left and right bottom panels derived from the combination of above two functions correspond to the density distribution of the detected events in linear and logarithmic scale, respectively.

2003年宮城県沖地震余震



第2図 2003年宮城県沖の地震（M7.0）の余震。左側3列の図：上から b 値、 μ 値、 σ 値の一ヶ月間の時間変化の同時推定。ただし時間はM3以上の余震に当てはめ推定した改良大森式による変換時間。左列中行図の+プロットは検出された余震のマグニチュードを示す。右上2図：それぞれのマグニチュード下限以上の余震の通常の時間経過（左図）と変換時間経過（右図）に関する累積数関数。右下図：M0.0以上の余震の減衰を経過時間と頻度の両対数プロットと欠測地震を含む全てのM0.0以上の余震の減衰の推定曲線。

Fig.2 Detected aftershocks of the 2003 Miyagi-Ken-Oki earthquake of M7.0. Three left panels indicate the estimated functions of b -values, μ -values for the magnitude of 50% detection-rate, and σ -values for the standard deviation of partially detected magnitudes. Top right two panels show cumulative curves of the aftershocks, plotted against ordinary time (left) and transformed time due to the modified Omori decaying rate (right). Right bottom panel includes the plot of frequency rate of all detected events ($M > 0.0$) per day versus elapsed time in doubly logarithmic scale and theoretical rate of all $M > 0.0$ events including undetected events.



第3図 2004年新潟県中越地震（M6.8）の余震。左側3図と中央3図：上から b 値、 μ 値、 σ 値の同時推定。左側は1週間後まで、中央は6時間後までの気象庁PDE震源データに基づく。右側図： $M \geq 4.2$ 以上（緑丸）、 $M \geq 2.0$ 以上（赤丸）および $M > 0$ 以上（+印）の検出された余震の一日当たりの発生数を経過時間と頻度を両対数にプロットした。緑と赤の曲線は欠測地震を含む $M \geq 4.2$ 以上と $M \geq 2.0$ 以上の余震の減衰の推定曲線。

Fig.3 Detected aftershocks of the 2004 Niigata-Ken-Chuetsu earthquake of M6.8. Left and middle column panels indicate the estimated functions of the (b , μ , σ) values from the top to the bottom, respectively. Right column panels include the plot of frequency/day of the detected $M \geq 4.2$ (green circles), $M \geq 2.0$ (red circles) and $M > 0$ events (+signs) versus elapsed time, in doubly logarithmic scale. Green and red line show theoretical decaying rate of $M \geq 4.2$ events and $M \geq 2.0$ events, respectively, including undetected events.