

12 - 7 常時地震活動・余震・誘発地震の予測能力と評価

Evaluating predictive ability of background seismicity, aftershocks and induced earthquakes

尾形良彦 (統計数理研究所)

Yosihiko Ogata (Institute of Statistical Mathematics)

地震の予測を向上させるには多様な地震発生のシナリオを考慮しなければならない。その上で予測の手掛かりになるのは各種の観測データの異常であろう。しかし、それらが大地震の前兆なのか、どの程度切迫性があるのかなどの識別には大きな不確実性が伴い確率予測になる。地震の切迫度を数量的に示す確率的予測の能力を計算するには地震発生の点過程のモデリングとその予測性能の評価法が必要である。

地震予測可能性を探る国際的共同研究 CSEP は地震活動の統計的モデルの開発を促し、確率予測の性能を評価することを目標とする(第1図, 第2図)。確率予測の成績を測るものとして「対数尤度」が合理的である¹⁾(第3図, 第4図)。また AIC¹⁾ は将来の予測の良さを予め現在のデータから推定する(第5図参照)。新予測モデルが基準モデルと比較して予測能力が向上するか否かの評価ができる(第6図)。

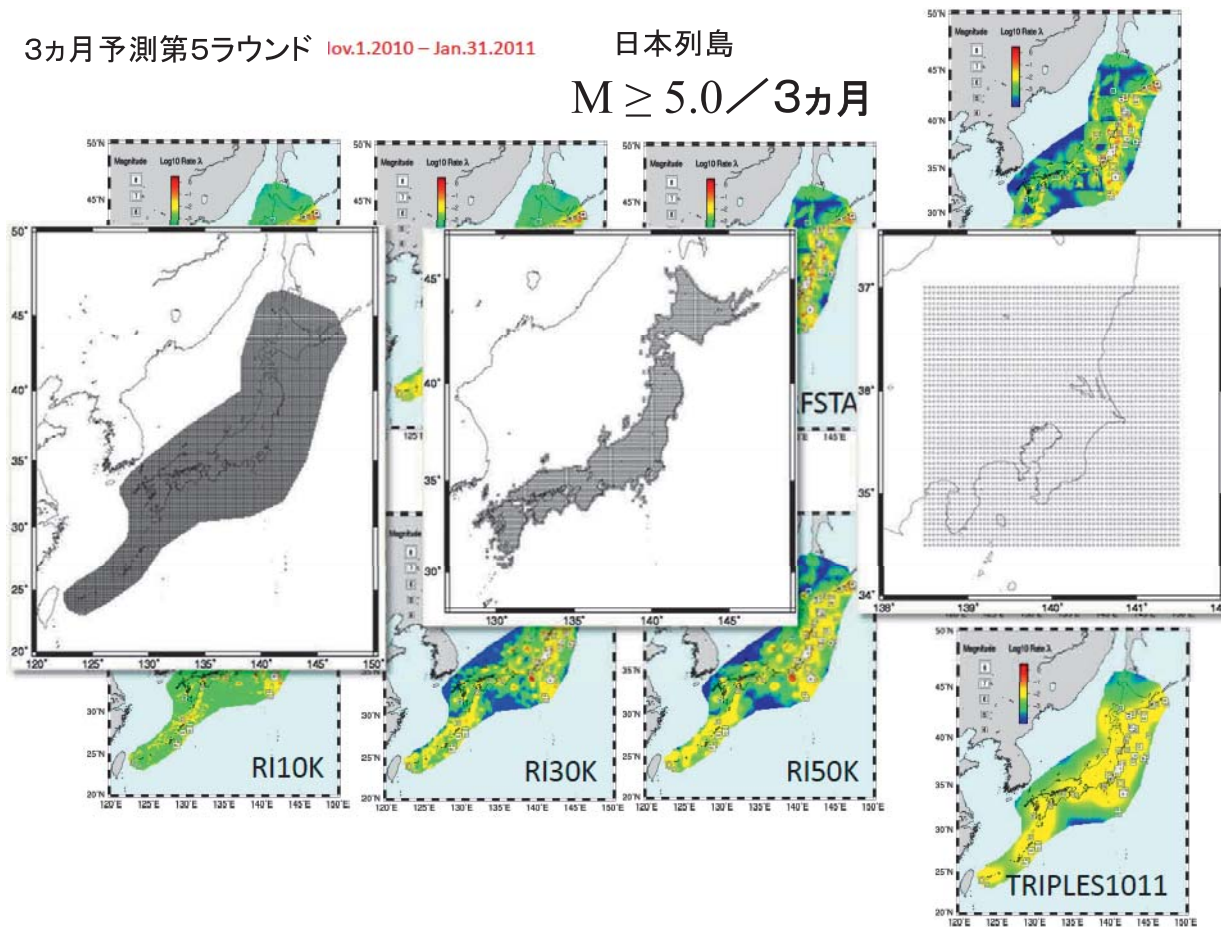
震源カタログは長期間にわたり大量に収録されているデータである。これから予測能力を持つ異常発生パターンを見出す研究はもっと追究されても良い。地震活動の異常現象は地震発生率の変化に関わり予測を改善できる。たとえば他地域の大地震による誘発・活発化や相対的静穏化現象²⁾などの ETAS モデルによる予測からの逸脱は異常現象として取り扱うことができる(第7図, 第8図)。地震発生率の季節性(第9図)や地球潮汐との一時的な同期現象も異常性の対象となる(第10図)。

GNSS などによる測地計測の時系列には、測定誤差だけでなく、周辺地域の中小地震や遠地の大規模の地震時やその前後のすべり変動が混ざり合っている。前駆すべりという前兆の現象は中期的地震予測に有望であるけれども、地震後のゆっくりすべりや群発地震を伴った一過性のすべりや地域性もあり、どの割合で前駆的かを、前震の確率予測²⁾の様に統計的に識別したい。それらを分離判別する時空間統計モデルや解析法を開発することが急務である。

確率点過程の統計モデルはこれらの統計的因果関係を議論し、異常現象がどの割合でどの位の時間遅れでどのような強さの変化で地震の前兆たりうるか否かを調べる²⁾。異常現象の一つひとつだけでは高い確率の予測を出すことは困難であろうが、いくつかの異常現象が同時に観測されれば、そのモデル化によって予測確率は高められる。種々の観測によって、中期、短期の予測を生み出す異常現象を探し、各々の確率予測を見積もり、それらで予測を組み合わせるのも有望な策である²⁾。

文 献

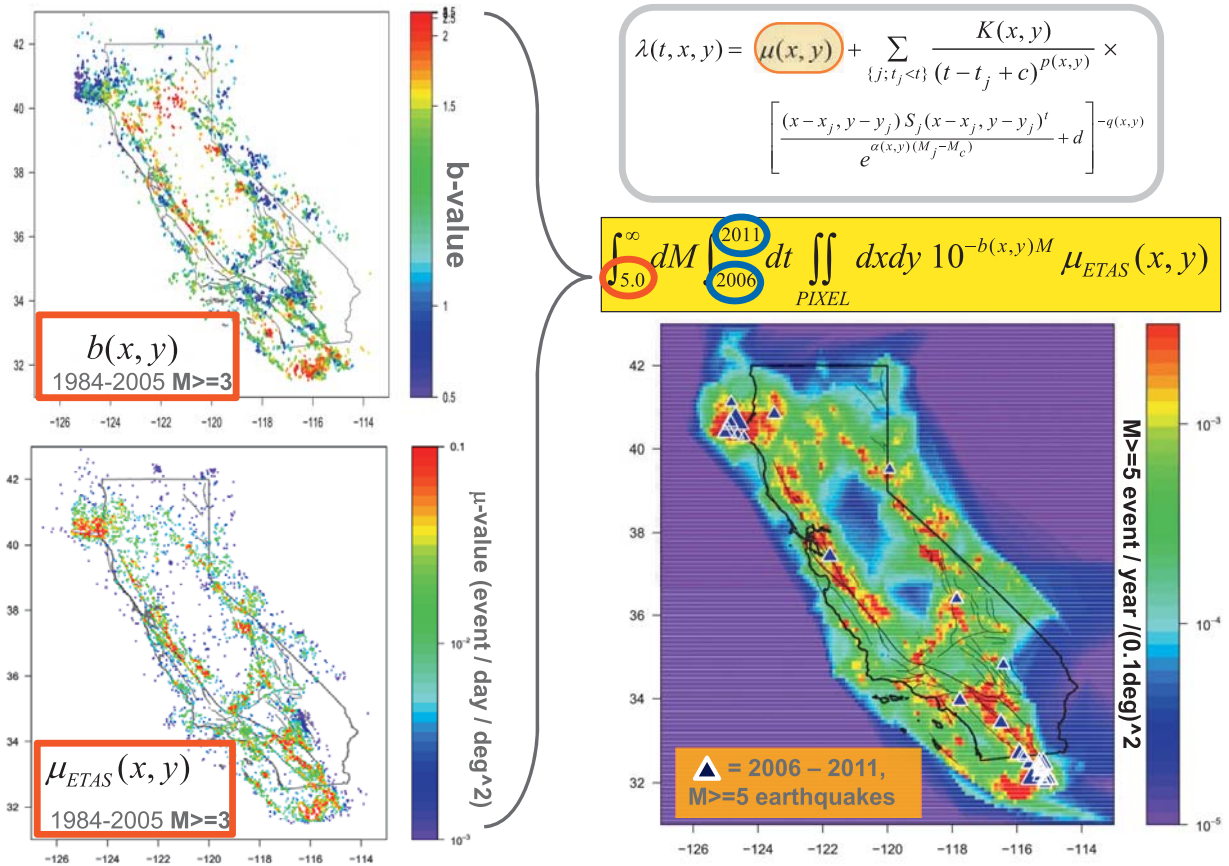
- 1) Akaike, H. (1985). Prediction and entropy, in A Celebration of Statistics, The ISI Centenary Volume, A.C. Atkinson and S.E. Fienberg, eds., Springer-Verlag, New York, 1-24.
- 2) 統計数理研究所 (2014). 連絡会報 91 卷 (12-6), 387-395.



第1図 CSEP日本版モデル3か月間のマグニチュード5以上の地震が発生する予測確率の例（背後）. 空間（全日本、内陸、関東地域）の0.1度平方ピクセルかつ0.1刻みのマグニチュードの全てのピンに予測確率を与えるようになっている.

Fig.1 The CSEP Japan Testing Centers requires forecasting probabilities to be given in all discrete bins of space and magnitude for three months forecasting, for example.

Gutenberg-Richter model × Background rate of HIST-ETAS model



第2図 カリフォルニアの2005年までのM3以上の微小地震から推定したb値および階層時空間ETASモデルの常時地震活動 μ 値。この2つの推定から、それから5年先までの期間のM5以上の大地震の発生確率を予測した。青三角形は2006年-2011年に実際に発生したM5以上の地震。

Fig.2 Left panels show location-dependent b-value variation (top) and also m-value variation (bottom) of the background seismicity of the Hierarchical space-time ETAS model. These have been estimated from micro-earthquakes data (ANSS) in the period till 2005. Thus, we can predict occurrence rate of large earthquakes of M5 and larger during the next 5 years span as indicated in the color table. Blue triangles are such earthquakes actually occurred during the period 2006-2011.

1 統計モデルと予測

Bin ← (time)x(space)x(magnitude)

bins	1	2	3	...	n	sums
forecasts	p_1	p_2	p_3	...	p_n	$\sum p_i = 1, p_i > 0$
#quakes	m_1	m_2	m_3	...	m_n	$\sum m_i = N, m_i \geq 0$
relative frequency	v_1	v_2	v_3	...	v_n	$\sum v_i = 1, v_i = m_i / N$

連続モデル
 $\approx f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n$
 $\approx g(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n$

I Probability that the model $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ realizes the frequency

$\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$

$W = \text{Probability} = \frac{n!}{m_1! m_2! \dots m_n!} p_1^{m_1} p_2^{m_2} \dots p_n^{m_n}$

確率予測 \mathbf{p} で実現頻度 \mathbf{v} が得られる確率 W
 = 予測の評価



$\approx e^{-N \sum_i v_i \ln \frac{p_i}{v_i}} = e^{-N \sum_i v_i \ln p_i} e^{N \sum_i v_i \ln v_i}$

Relative entropy log-likelihood

$\propto \exp \left[\int_{V^n} g(x_1, x_2, \dots, x_n) \ln \left\{ \frac{f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{g(x_1, x_2, \dots, x_n)} \right\} dx_1 dx_2 \dots dx_n \right] = C \cdot \exp \left[E_g \{ \ln f(X_1, X_2, \dots, X_n) \} \right]$

第3図 各ビンについて予測確率が実際に起こった地震の相対頻度にどれほど近いかわかる。Boltzmannはその評価のために多項確率分布 W を考え近似した。その指数項の第一項が対数尤度に一致している。Binのサイズを極限的に小さくし連続形の分布にした場合を含めて、これはよく知られているボルツマンの相対エントロピーと呼ばれる。

Fig.3 This table illustrates forecast probabilities, number of occurred earthquakes and their relative frequencies. Boltzmann calculated probability of the relative frequencies expected from the forecast probabilities, and approximate the probability factorials. This is the famous relative entropy, which is related to the log-likelihood.

Models	対数尤度 $\Delta \ln L$	尤度 Likelihood	相対尤度 Likelihood0	正規化尤度 density
1	325.82	3.1756E+141	1	0.521558
2	325.39	2.0658E+141	0.6505091	0.339278
3	324.29	6.8763E+140	0.2165357	0.112936
4	322.83	1.5969E+140	0.0502874	0.026228
5	282.07	3.1728E+122	9.991E-20	5.21E-20
6	268.16	2.8867E+116	9.09E-26	4.74E-26
7	247.61	3.4329E+107	1.081E-34	5.64E-35
8	252.67	5.4099E+109	1.704E-32	8.89E-33
9	229.10	3.1395E+99	9.886E-43	5.16E-43
10	0.00	1	1.85E-110	9.6E-111
sum		6.0887E+141	1.9173322	1

第4図 CSEP日本の3カ月予測の対数尤度スコアの一例。10番目のモデルは日本域全体で一様な発生確率予測のモデル

Fig.4 An example of log-likelihood scores of forecasts ordered in the order from the largest to the smallest. The #10 model forecasts spatially uniform probability throughout Japan. The last column in the table represents the normalized likelihood scores of respective models. The first 3 or 4 models are non negligible models and the other models are negligible by too small scores..

How is the AIC derived?

Assume that the Present Data $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ and Future Data $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ are from the same probability law. Consider a set of parametric model $\{f(\mathbf{y}|\theta); \theta \in \Theta\}$

A. Plug-in Type Predictor: $f(\mathbf{y} | \hat{\theta}_p(\mathbf{x}))$



Expected Negentropy of the predictor

$$E_{\mathbf{x}} \left[E_{\mathbf{y}} \left\{ \ln \frac{g(\mathbf{Y})}{f(\mathbf{Y} | \hat{\theta}_p(\mathbf{X}))} \right\} \right] = E_{\mathbf{y}} [\ln g(\mathbf{Y})] - E_{\mathbf{x}} E_{\mathbf{y}} [\ln f(\mathbf{Y} | \hat{\theta}_p(\mathbf{X}))]$$

Future data \mathbf{Y} available $\approx \text{const.} - \ln f(\mathbf{Y} | \hat{\theta}_p(\mathbf{X}))$
Predictive log-likelihood of a model

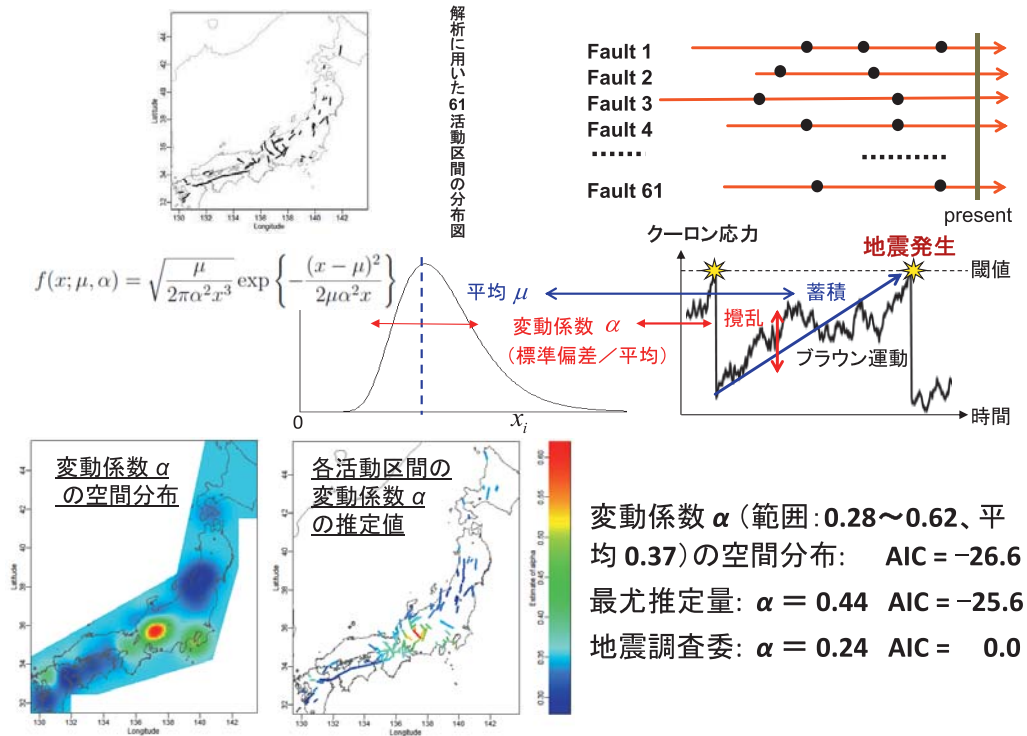
Future data \mathbf{Y} not available $\approx \text{const.} - \ln f(\mathbf{X} | \hat{\theta}_p(\mathbf{X})) + p \approx \frac{AIC}{2}$

Predictive likelihood of a model $\propto \exp \left\{ -\frac{AIC}{2} \right\}$

第5図 赤池情報量規準AICは提案モデルの将来の予測の良さを、予め現在のデータのみで、推定する評価スコアとして考えられる。長期予測の様に将来のデータがすぐ取れない場合などに有用である。

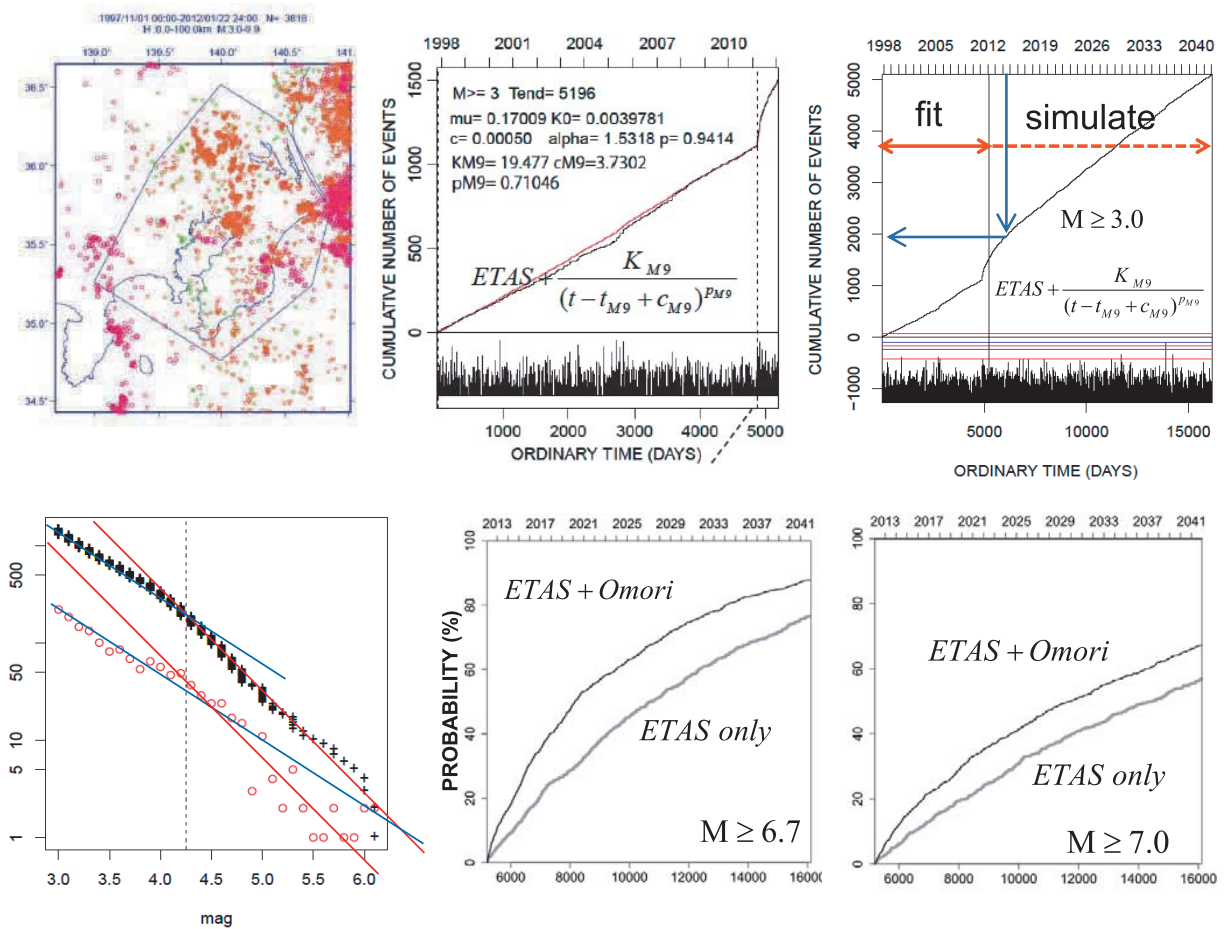
Fig.5 Akaike information criterion (AIC) estimate the prediction evaluation score in advance using only current data. This is useful for evaluation of the long-term forecast, for example, where we take long time to examine the performance of the forecast..

長期地震予測能力の評価 (野村,尾形, 2014, JpGU)



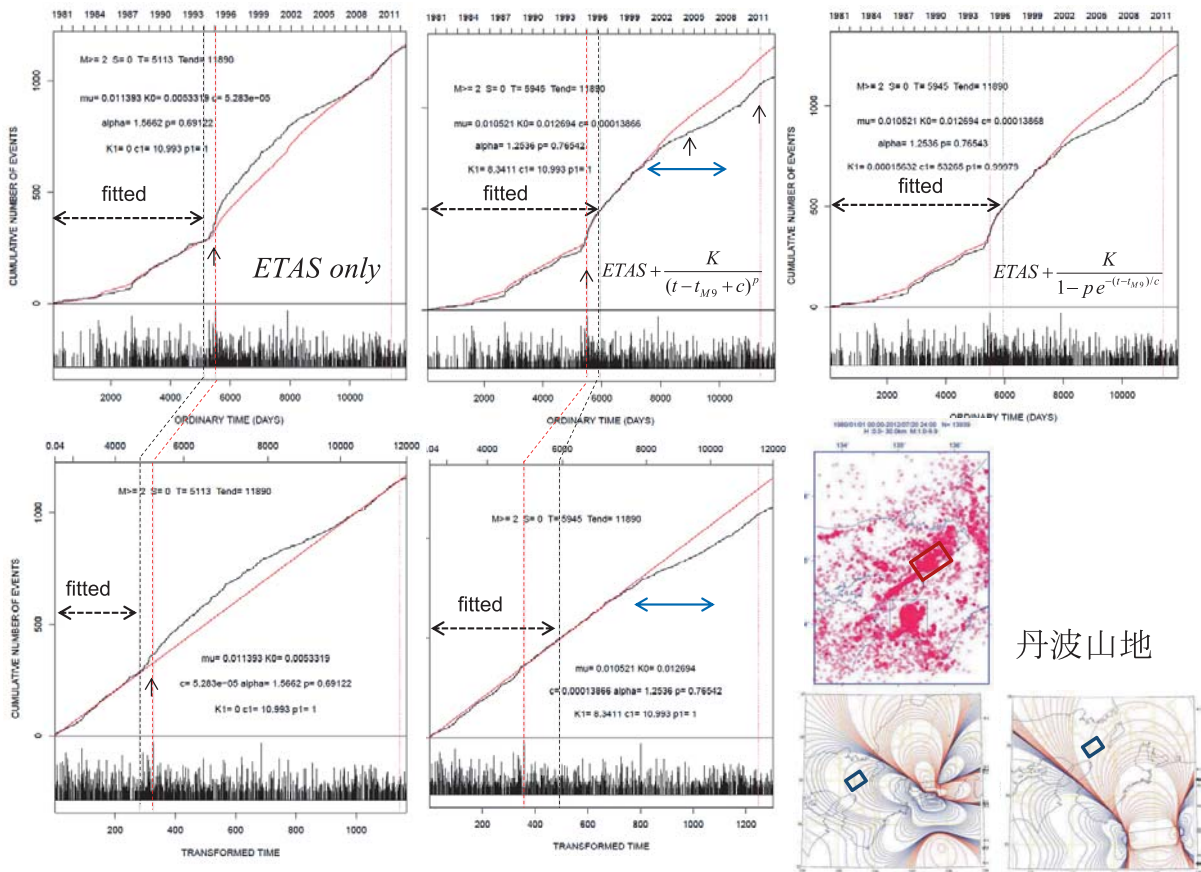
第6図 長期予測では未来のデータの確保も、少数標本のため現データを推定用と予測評価用の2つに分けることも難しい。現行予測に使われているBPT分布の変動係数の α 値の適否が問題になっているが、最尤推定値（現行の約2倍）を使えば、AICによれば内陸61活断層で平均的に格段の予測能力の改善が期待できることが分かる。

Fig.6 It is difficult to evaluate the forecast result In a long-term prediction. This is because we have to obtain enough future data or to divide the present data into two parts for the prediction and for estimation, respectively. The appropriateness of the coefficient α of the BPT distribution is a current issue in Japan. The maximum likelihood estimate for the 91 inland active faults improve the predictive ability in the sense of the AIC values.



第7図 地震調査委員会の南関東地域に対応した一元化以後の気象庁震源データM3以上の地震活動。M9東北沖地震を契機として、ETASモデルに加えて誘発効果として大森宇津則のトレンドを考えると予測が有意に改善する。これで30年後までのM3以上の予測累積地震数はしかるべく増える。関東地域のマグニチュード分布は一貫したGRでなく特異な折れ曲りがあるので、それを考慮してシミュレーションによってM7クラスの地震の予測をすると30年間に亘る累積確率(%)は灰色(ETASのみ)から黒累積関数(誘発効果を含む)になる。

Fig.7 Seismic activity of M3 or more in the closed area that corresponds to the southern Kanto region of the Earthquake Research Committee. The ETAS seismicity forecast until now is improved by addition of the trend of Omori Utsu law that is triggered by the M9 Tohoku-Oki earthquake. Hence the long-term (30 years) prediction of earthquakes of M3 and larger increases number of earthquakes by this model. On the other hand, empirical magnitude distribution in the Kanto region appears to be two states GR distributions with different b-values. Simulating the ETAS + (Omori-Utsu trend) model together with the resampling by this magnitude distribution provides the long-term forecast of the M7 class earthquakes, which provides black cumulative probabilities in per cent. This is compared with gray cumulative function that stands for the simulation using only ETAS model without taking the M9 triggering effect into account..

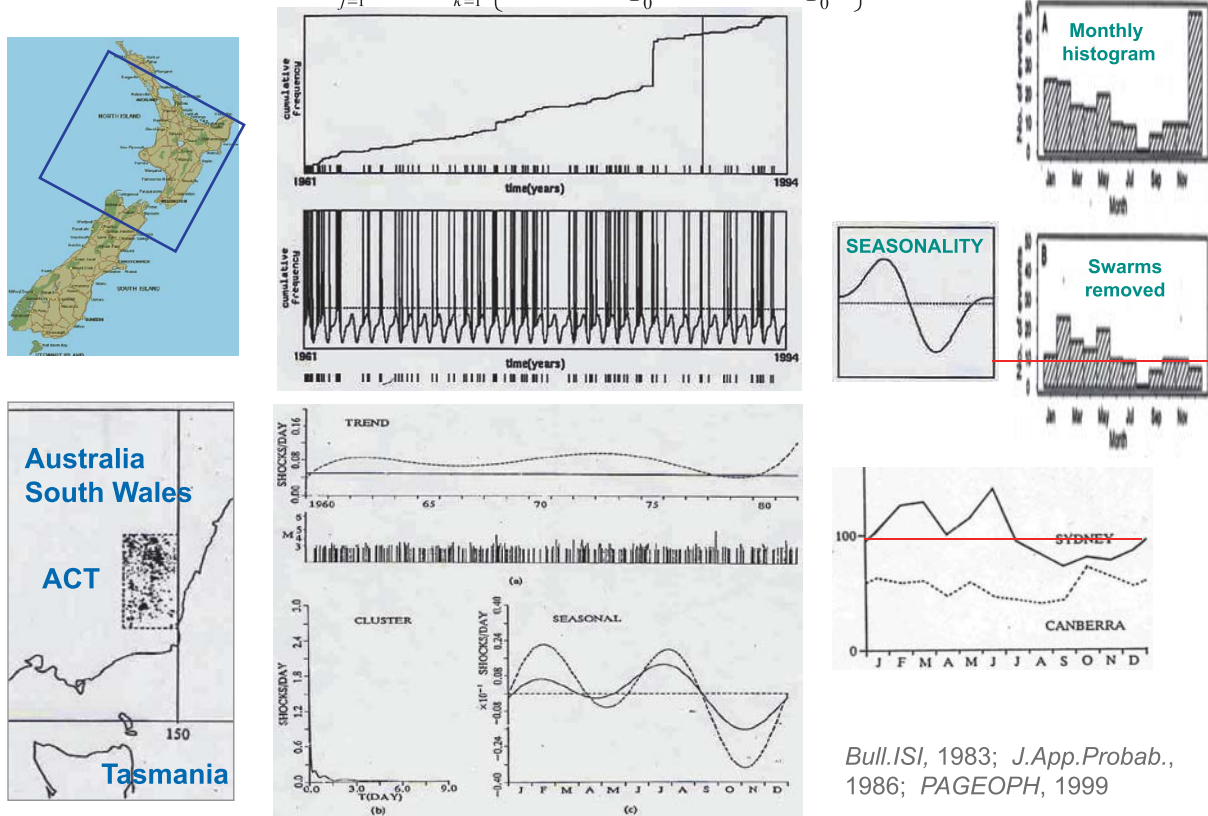


第8図 1995年兵庫県南部地震(M7.3)に誘発された丹波地域の誘発地震活動のモデルもETASモデルに加えた大森・宇津の式でしばらく良く予測できた。けれども2001年頃から予測（赤曲線）より顕著に減少する傾向があった。この原因が浜名湖直下のスロースリップならば、丹波地域の地震活動が負のクーロン破壊ストレス（CFS）変化が生じている領域（ストレスシャドウ）となるため、地震が減少したと考えられる。

Fig.8 The earthquake activity in the Tamba region induced by the 1995 Hyogo-ken Nanbu earthquake (M7.3) was also able to predict well for a period by using the ETAS model plus the Omori-Utsu trend. But we see a decreasing tendency from expected cumulative curve after 2001. This decelerated seismicity rate (relative quiescence) may be caused by stress-shadow having covered the Tamba area due to the slow slip beneath the Lake Hamana during 2000-2004.

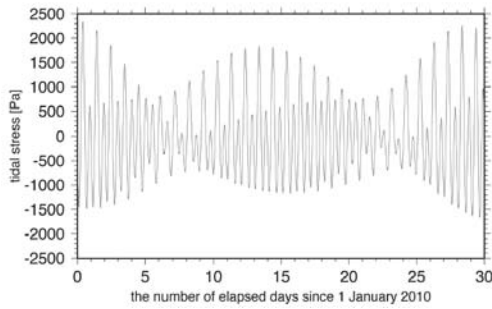
$$\lambda_{\theta}(t|H_t) = \text{(trend)} + \text{(Seasonality)} + \text{(triggering)}$$

$$= \mu + \sum_{j=1}^J a_j t^j + \sum_{k=1}^K \left\{ c_{2k-1} \cos \frac{2\pi kt}{T_0} + c_{2k} \sin \frac{2\pi kt}{T_0} \right\} + \int_0^t g(t-s) dN_s$$



第9図 陸地での地震活動では降水量変化に対応する年周期があるというモデルで予測力が高くなる場合が多い。たとえば上図は ニュージーランド (Ma and Vere-Jones, 1997), 下図はオーストラリアのキャンベラ首都圏付近。下図で周期項の形はキャンベラ地域の年降水量変化には対応しなくて、シドニーの年降水量変化に良く対応している。これは、この東海岸沿いの降雨がキャンベラ直下の地下を通して大鑽井盆地に辿り着く地下水の移動量と周期性が対応していると考えられ、この降雨量データを使った場合キャンベラ地域の微小地震活動の予測性能が良くなる。

Fig.9 Often predictive power in the shallow seismic activity get higher by the models that takes yearly periodicity corresponding to changes in precipitation. For example, the above figure is seismicity in New Zealand (Ma and Vere-Jones, 1997), below is micro-seismicity near Canberra, Australia. Form of the periodicity factor is well correlated with the annual precipitation pattern of Sydney, rather than that of Canberra. The rainfall along the east coast reach the Great Artesian Basin through the underground water migration. Thus the seismic periodicity component may reflect amount of groundwater beneath Canberra.

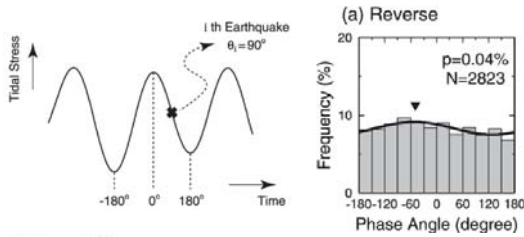


Iwata, T., and H. Katao (2006. *GRL*)

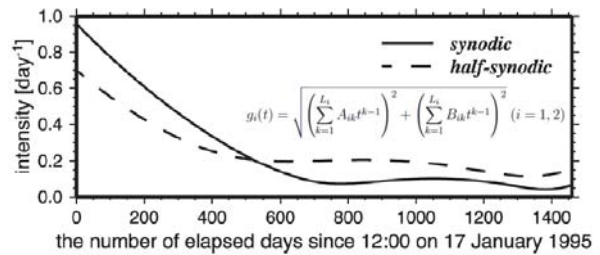
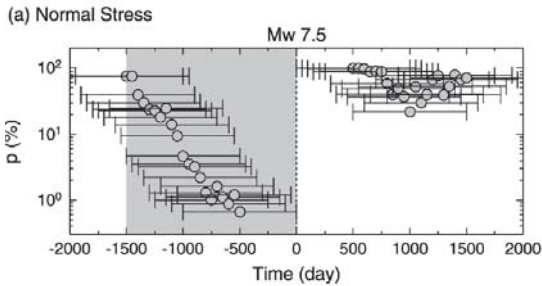
$$\lambda(t) = \mu + (\text{trend}) + (\text{cluster}) + (\text{periodicity})$$

Tanaka, Ohtake, & Sato (2002; *JGR. GRL*)

Constraints	(i)	(ii)	(iii)	(iv)
(N, L_1, L_2)	(3, 0, 0)	(3, 3, 0)	(3, 0, 3)	(3, 3, 3)
AIC	-4933.03	-4938.83	-4936.18	-4942.14



$$\lambda(t) = \mu + \sum_{k=1}^N a_k t^k + \sum_{i: t_i < t} \frac{K \exp(\alpha(M_i - M_2))}{(t - t_i + c)^p} + \sum_{k=1}^{L_1} A_{1k} t^{k-1} \cdot \sin \theta(t) + \sum_{k=1}^{L_1} B_{1k} t^{k-1} \cdot \cos \theta(t) + \sum_{k=1}^{L_2} A_{2k} t^{k-1} \cdot \sin(2\theta(t)) + \sum_{k=1}^{L_2} B_{2k} t^{k-1} \cdot \cos(2\theta(t))$$



第10図 Schusterの周期性の検定統計量を使って巨大地震の前に地球潮汐と地震活動が同期する例の報告論文 (Tanaka et al., 2002, *JGR*) が多数あるけれども、潮汐との同期を異常現象と考え予測につながれると良い。点過程出入力モデルに応用することが考えられるが、直接的に出入力モデルの強度関数で同期の変化を推定することを目指したい。20年経っても大地震につながらなかった一例として、兵庫県南部地震に誘発された丹波地域の地震活動との同期がある。これについてはETASに加えて月齢に関連した周期性を考えると、これがAICをかなり改善し、その同期の減衰の仕方も見える (Iwata and Katao, 2006, *GRL*)。月齢の周期性を積型にモデル化すると、より良い適合が示される (岩田・片尾, 2006年度日本地震学会大会)。

Fig.10 There are many papers reported examples that the earth tide and seismic activity are synchronized preceding great earthquakes using the test statistic of the periodicity of the Schuster. Also, there is a point-process based study to model such synchronization. I hope to use the synchronizations as anomaly phenomena to predict large earthquakes. For seismic activity of the Tamba region that has been induced by 1995 Kobe earthquake, the ETAS model associated with attenuation trends and the moon periodicities considerably improved the AIC (Iwata and Katao, 2006, *GRL*). Furthermore, product-type modeling of the periodicity and other components shows better fit (Iwata-Katao, 2006, SSJ meeting). This is an example that the synchronization has not been the precursor of a large earthquake for at least 20 years.