12－10　次の地震のマグニチュード予測と評価
Magnitude forecasts of the next earthquake and evaluation

統計数理研究所
The Institute of Statistical Mathematics

国際プロジェクト Collaboratory for the Study of Earthquake Predictability（CSEP）の地震予測検証実験が始まって 10 年以上経つ．その取組みは，例えば 3 ヶ月間，1 年間，5 年間における空間的確率予測，および日々の時空間的確率予測を事前に行い，それらの予測性能を比較・評価することである．CSEP の主な目的は，様々な地震活動モデルの開発を促進し各地の通常の地震活動の標準的な相場を確立することで，これを基準に異常現象に基づいた大地震の予測の各種提案に対する客観的評価のインフラを整備することである．

これまでの CSEP における殆どの提案モデルの地震マグニチュード（以下 M と記す）予測は実験全域および全期間にわたって同一の b 値の Gutenberg-Richter（G-R）則に基づく独立分布系列を仮定する．しかしこれは実際には二重の意味で単純であると考える．第 1 に G-R 則の b 値は地域性がある．この様な b 値モデルは CSEP 日本で検証中である[1)]．第 2 に G-R 則の b 値や一般の M 分布は地震活動の履歴に依存する可能性がある．

本報告では前震群，群発地震群，本震余震群の統計的判別による方法[2)]を参考に，CSEP の検証規格（protocol）に則って過去の震源データから逐次，次の地震の M の確率予測を試み，この予測と常時 $b = 0.9$ の G-R 則（以下，基準 G-R 則と記す）の予測力と比較する．

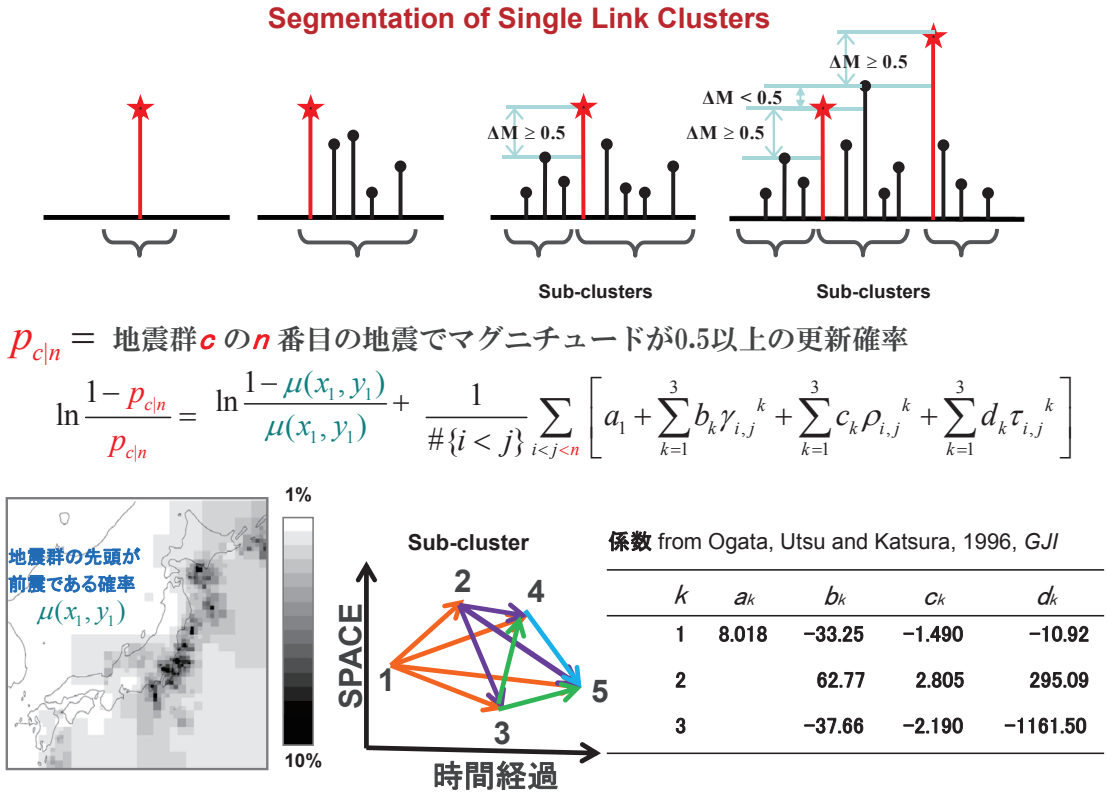
先ず $M \geqq 4$ の気象庁震源カタログから Single-link 法[3)]で群分けを行い，第 1 図にある様に群内の M 列がそれまでの最大 M より 0.5 以上の飛躍（以下 $\Delta M \geq 0.5$ と記す）する毎にリセットし予測 M 確率分布を計算する．すなわち先頭地震（孤立地震を含む）に関しては基準 G-R 予測，群の 2 番目の地震が $\Delta M \geq 0.5$ である確率は前震の地域性から $p_{2|c} = \mu(x_1, y_1)$，そして $n \geq 3$ 番目以降が $\Delta M \geq 0.5$ である確率 $p_{n|c}$ は第 1 図の式で計算する．その上で，各時点での M の予測確率密度分布は第 2 図の式 $\Psi(M \mid M_1, \cdots, M_n)$ で与える．

各時点での M 予測の性能比は第 2 図の最下行にある対数尤度比で与える．大規模な群（large n）の地震は殆ど負の情報利得スコアが得られるが，小規模の地震群は多くの場合に正の利得となる．実際，地震群の 85%以上は高々4 つの地震しか含まない小規模の地震群なので，群の 5 番目以降から群の最後までの地震については基準 G-R（$b = 0.9$）で予測する事にすると，全体として，この混合予測は基準 G-R 予測より優位である（第 3 図）．

この様に，次世代 CSEP では様々な短期中期予測アルゴリズムや各種警告型の大地震予測に対して適切な M 分布を構成し，比較することが望まれる．（尾形良彦）

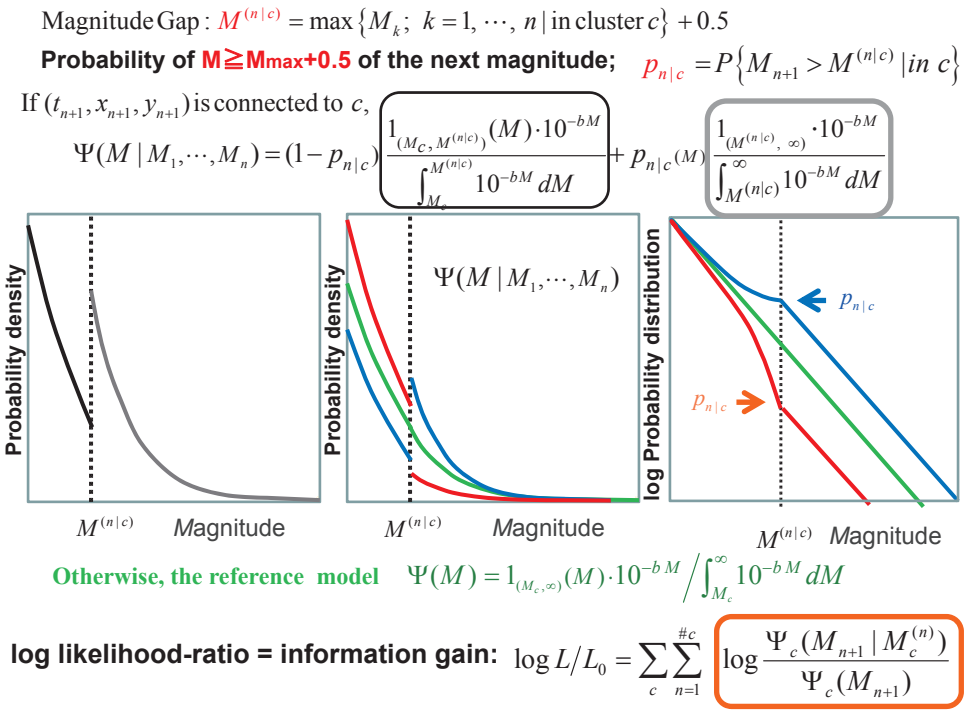
参 考 文 献

1）Ogata, Y., 2011, *Earth, Planets Space*, **63**, 217.
2）Ogata, Y., Utsu, T. and K. Katsura, 1996, *Geophys. J. Int.*, **127**, 17.
3）Ogata, Y., Utsu, T. and K. Katsura, 1995, *Geophys. J. Int.*, **121**, 233.



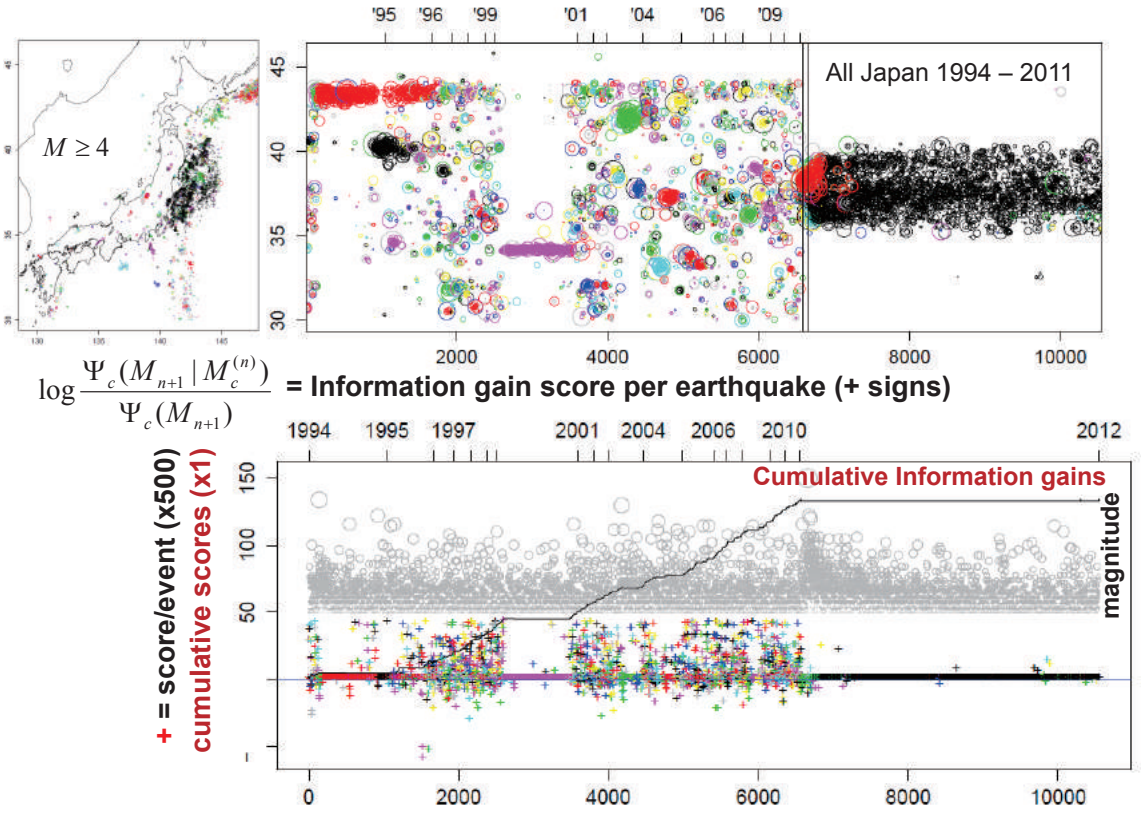
第 1 図　それまでの最大マグニチュード（M）からの差が 0.5 以上の飛躍（上段図）でリセットして，改めて前震確率を計算し直す．地震群（earthquake cluster，孤立地震を含む）は最大 M から 0.5 以上の増加があるごとに sub-cluster に細分される．各 sub-cluster 内の n 番目の地震で次の M が飛躍する確率を以下の様に計算する．先頭の地震（$n = 1$）に関しては基準 G-R（$b = 0.9$）で予測し，$n = 2$ の時の地震で M が飛躍する確率は下段左図の確率で示される．$n = 3$ 以降の地震の前震確率の予測式（中段図の式）で，多項式の変数は下段中央図に示すような地震間（ここでは $n = 5$ の場合）の時間差・震央間距離・M 差の非線形変換 [1, 2] で計算する．多項式の係数 a_k, b_k, c_k, d_k は下段右の表．

Fig. 1　If there is a leap of magnitude (M) with difference of 0.5 or more, reset and restart calculating the foreshock probability. Top row sketches illustrate earthquake clusters (including isolated earthquakes). Some of them are subdivided into sub-clusters at each time when the maximum M increases by 0.5 or more. The calculation of the probability that M will jump at the n-th earthquake in each sub-cluster is calculated by the middle row formula. In the prediction formula of the foreshock probability for the third and subsequent earthquakes in a sub-cluster, variables are certain nonlinear transformation[1,2] of the time difference, epicenter separation, and M difference between earthquakes as shown in the middle and bottom row, The coefficients a_k, b_k, c_k and d_k are given in the bottom right table[2]. For the first earthquake (including $n = 1$, isolated earthquake) in a sub-cluster, it is predicted with the reference G-R ($b = 0.9$), and the probability of M leaping in the next earthquake is shown in the bottom left map of probabilities.



第 2 図　CSEP 型式のマグニチュード（M）予測．群れの中で次の地震の M を予測する分布を以下のように定義する．$M_c^{(n)}$ は n 番目の地震迄の最大 M に 0.5 を加えたもの．ここで左側パネルの黒実線は $M_c^{(n)}$ より小さな地震に対する切詰め G-R 確率密度分布（３行目黒囲み式），灰色実線は $M_c^{(n)}$ を下限とする G-R 確率密度分布（３行目の灰囲み式）で両方とも b = 0.9 とする．$\Psi(M \mid M_n,\cdots,M_1)$ 式は M 頻度の確率密度分布（中央パネル）であり確率累積分布は右側のパネルに示すような曲線になる．ここで $p_{c|n}$ は次の地震が $M_c^{(n)}$ 以上になる確率である．この M 予測分布と基準 G-R 分布 $\Psi(M)$ の予測の良さ悪さを比較した情報利得が最下段の式で，右端の赤囲みの対数比は各地震毎の情報利得で，その正負の値が予測性能の相対的な良さ悪さの程度を示す．

Fig. 2　Magnitude (denoted by M hereafter) prediction for the CSEP protocol. The density distribution that predicts the M of the next earthquake in the sub-cluster is defined as follows. $M_c^{(n)}$ is the maximum M plus 0.5 up to the n-th earthquake. Here, the black solid line in the left side panel is the truncated G-R probability density distribution for the earthquake smaller than $M_c^{(n)}$, and the gray solid line is the G-R distribution of threshold $M_c^{(n)}$ (b = 0.9 in both cases). Bottom middle panel illustrates predictive M density $\Psi(M \mid M_n,\cdots,M_1)$, where the weight $p_{c|n}$ is probability that the next earthquake will make a leap as given the second row equation. The M density is shown by each color curve here, depending on $M_c^{(n)}$ and $p_{c|n}$. The corresponding cumulative probability distribution to these can be obtained in the bottom right panel. Compare the performance of this M predicted distribution with the prediction of the reference G-R distribution $\Psi(M)$. The information gain (the lowermost equation) is sum of logarithmic ratio (information gain per each earthquake) at the right end. For each earthquake, its value with positive or negative value indicates the goodness or badness of prediction compared to the reference distribution, respectively.



第3図　上段のパネルは, 同じ色で示された各サブクラスの地震の地図と緯度対地震の順序の図を示す. 下段のパネルの色付き+記号は, 各地震毎の情報利得 (図 2 下段の囲み式) 対地震の順序を示す. ここで, 各群の 5 番目以降の地震の予測は, 基準 G-R モデルと同じ M 確率密度分布をとる. 黒線は累積の情報利得.

Fig. 3　Top panels show epicenter map and latitude versus sequential order of earthquakes, where the earthquakes in a same cluster shown in the same color. The correspondingly colored +signs in the bottom panel show information gains of the prediction of respective earthquakes (see the equation in Fig. 2) versus the sequential order of earthquakes. Here the 5th earthquake and later in each cluster take the same M probability density as the reference G-R model. Black solid function indicates the cumulative information gains.