

6-2 系統的な欠測を伴う地震カタログから実際の活動率変化の推定：M6.5 能登半島地震の余震活動について

Estimation of actual activity rate changes from earthquake catalogs with systematic missing measurements: Aftershock activity of the M6.5 Noto Peninsula Earthquake.

統計数理研究所

The Institute of Statistical Mathematics

1. はじめに

ETAS モデルによる大地震直後の余震活動の詳細把握は、カタログの不完全さによって妨げられる。比較的大きな余震でさえも検出できていないためである。あえて大森宇津モデルを本震直後の一定期間で当て嵌めると、本震直後の余震欠測を贖うためにマグニチュード下限に応じて c 値は大きくなる。従来からの余震の予測の実装は、これに基づいている。

本稿では、本震直後の詳細の把握のために、各地震の検出確率を推定して ETAS モデルと併せたモデル化を考慮する。

2. 欠測を考慮したマグニチュード頻度分布モデル

第 1 図で示すように、時刻 t における瞬間の、各マグニチュード M_t の密度関数は、背景の指数関数 (G-R 頻度分布則) に、平均値 ν 標準偏差 σ の累積正規分布 (誤差関数) の検出率を掛け合わせた式

$$f(M_t | b_t, \nu_t, \sigma_t) \propto 10^{-b_t M_t} \operatorname{erf} \left\{ (M_t - \nu_t) / \sigma_t \right\} \quad (1)$$

によってモデル化される。本震からの経過時間 t に依存するパラメタ b_t, μ_t, σ_t を、データ長の等分割節の三次スプライン関数によって表現する。1 階微分及び 2 階微分のそれぞれの 2 乗和関数の積分を重み付で平滑性制約し、ペナルティ付き最小 2 乗法の最小化は、この方法にとって重要であり、重み (超パラメタ) の最適な決定は赤池ベイズ情報量規準 (ABIC) を最小化することによって得られる¹⁾。

3. ETAS モデル

$$\lambda(t | H_t) = \mu + \sum_{t_i < t} K e^{\alpha(M_i - M_c)} / (t - t_i + c)^p \quad (2)$$

の下限マグニチュード M_c を定めた時、検出できた余震の系列履歴 $H_t = \{(t_i, M_i); t_i < t, M_i \geq M_c\}$ に対して、検出されたデータから推定した ETAS モデルは $M \geq M_c$ の余震の検出確率を乗じた条件付き強度関数

$$\psi_\theta(t | H_t) = \lambda_\theta(t | H_t) \cdot \operatorname{erf} \left\{ \frac{M_c - \nu_t}{\sigma_t} \right\} \quad (3)$$

の対数尤度 $\log L(\theta)$ の最大化 (最尤法) で推定する。

4. 非定常 ETAS モデル

非定常 ETAS モデルを仮定する場合、 $\mu(t)$ および $K(t)$ は、地震 i に対応する値 $\mu_i = \mu(t_i)$ と $K_i = K(t_i)$ をそれぞれの隣を繋ぐ局所線形関数で、ベイズ的に最適化する。すなわち式 (3) の対数尤度に平滑化ペナルティを付して対数事後分布関数

$$\log L(\theta) - \sum_i w_\mu (\mu_{i+1} - 2\mu_i + \mu_{i-1})^2 / 2 - \sum_i w_K (K_{i+1} - 2K_i + K_{i-1})^2 / 2 \quad (4)$$

において平滑化の重み w_μ と w_K の最適化と ETAS モデルのパラメタ (c, α, p) の最適化をめざして、ABIC を最小化し、その後 (4) 式から $\mu_i = \mu(t_i)$ と $K_i = K(t_i)$ の最大事後推定値 (MAP estimate) を求めることになる²⁾。

本稿では、本震や大余震前後の平滑化制約の強さを自動的に緩和するため、実時間 $[0, T_{end}]$ を等分割した三次スプライン関数に代わって、イベント系列の自然時間間隔 $[0, N_{end}]$ を等分割した三次スプライン関数に適用されるペナルティを課する。これは発生時間が高度にクラスタ化されている場合、実時間に適用されるペナルティよりも通常 ABIC 比較で効果的である。

5. M6.5 能登半島地震の余震活動について

群発地震³⁾が続発している領域の北辺で 2023 年 5 月 5 日に M6.5 の地震が発生した。群発地震活動と余震活動の詳細を前記のモデルを使用して、本震以降の数か月間 (7 月 4 日まで) の活動について、約 1 万 5 千の検出地震に基づいて調べた (第 2 図)。

以下の全ての結果図では、本震直後の変化を詳しく見るために、発生地震の時間についての変化図のみならず、発生順番についての変化図も並記した。第 3 図で、余震活動と群発地震活動の重なった数か月間のマグニチュード頻度モデル (1) のインバージョン結果を示している。マグニチュードの 50% 検出率 ν 値 (赤曲線) と 97.5% 検出率 (緑曲線) は本震直後数日に、それぞれ M1 以上と M1.5 ~ 2 以上であり、1 週間以後はそれぞれ M0.5 と M1 前後で推移している。これらは摂動しているが、中規模以上の余震直後のクラスタによる欠測が原因と考えられる。この図には載せていないが σ 値は全期間を通して 0.27 である。 b 値は 0.9 ~ 1.3 を摂動しているが余震域内各地のクラスタの地域特性を反映していると思われる。

第 3 図の $M \geq 1.0$ の検出率に基づいて欠測を考慮した ETAS モデル (3) のインバージョン結果が第 4 図に示されている。最初の数日の欠測を補完した結果が示されており、その後はほとんど重なっている。

このモデルを基礎に、非定常 ETAS モデル (4) の最適 ABIC のインバージョンした結果が第 3 図に示されている。ここで注目すべき非定常性は背景強度 $\mu(t)$ 値であり、本震後数日間で 100 倍のオーダーで増加・減少している。これは本震動により流体圧が変動をしていると推察される²⁾。 $K(t)$ は変動が小さく、第 5 図の縦スケール内枠には無い。

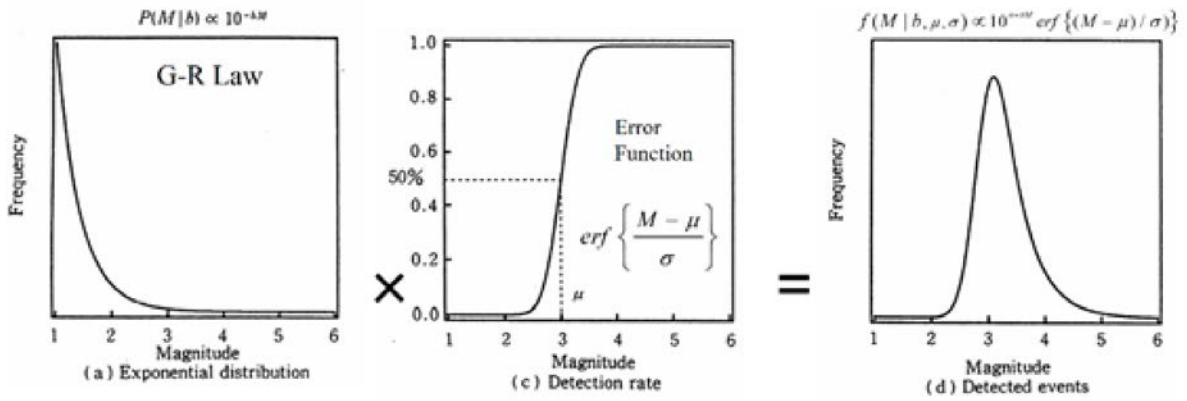
参考のため、欠測効果を考慮しないで $M \geq 1.5$ と 1.0 の余震 (7 月 14 日まで) に対して、従来の非定常 ETAS モデル³⁾ を当て嵌めた結果を第 6 図に示した。定性的に $\mu(t)$ 値の変化は第 5 図の結果を支持している。

謝意. 本解析に関して 2023 年 7 月 14 日時点での気象庁 PDE 震源カタログを使用した。

(尾形良彦, 熊澤貴雄; OGATA Yoshiko, KUMAZAWA Takao)

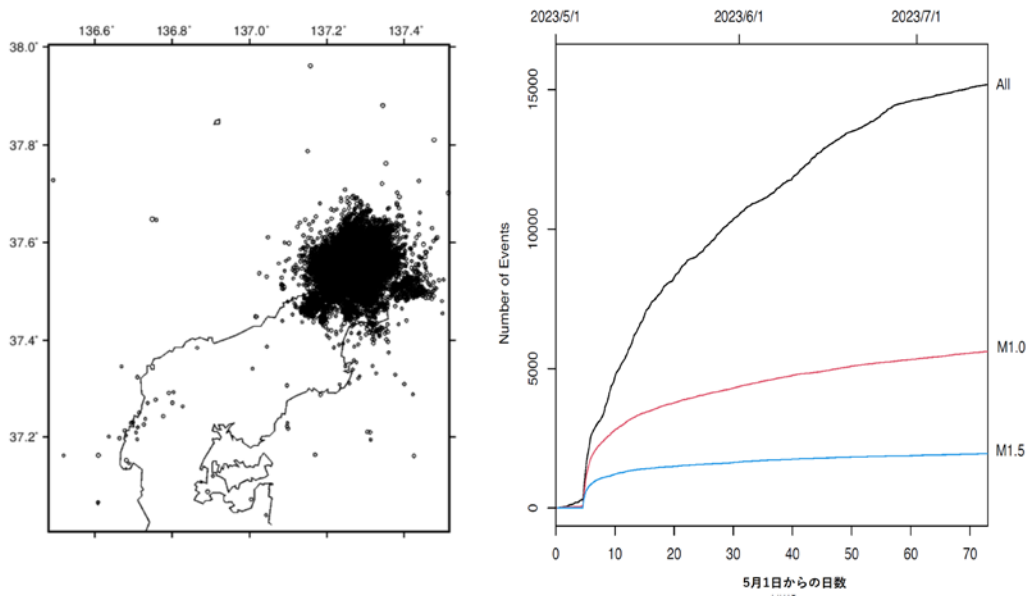
参考文献

- 1) Ogata, Y. and Katsura, K. (1993) *Geophys. J. Int.*, **113**, 727–738.
- 2) Kumazawa, T. and Ogata, Y., (2013) *J. Geophys. Res.*, **118**, 6165–6182.
- 3) 熊澤貴雄, 尾形良彦 (2022). 予知連会報, **107** (7-4)
https://cais.gsi.go.jp/YOCHIREN/report/kaihou107/07_04.pdf.



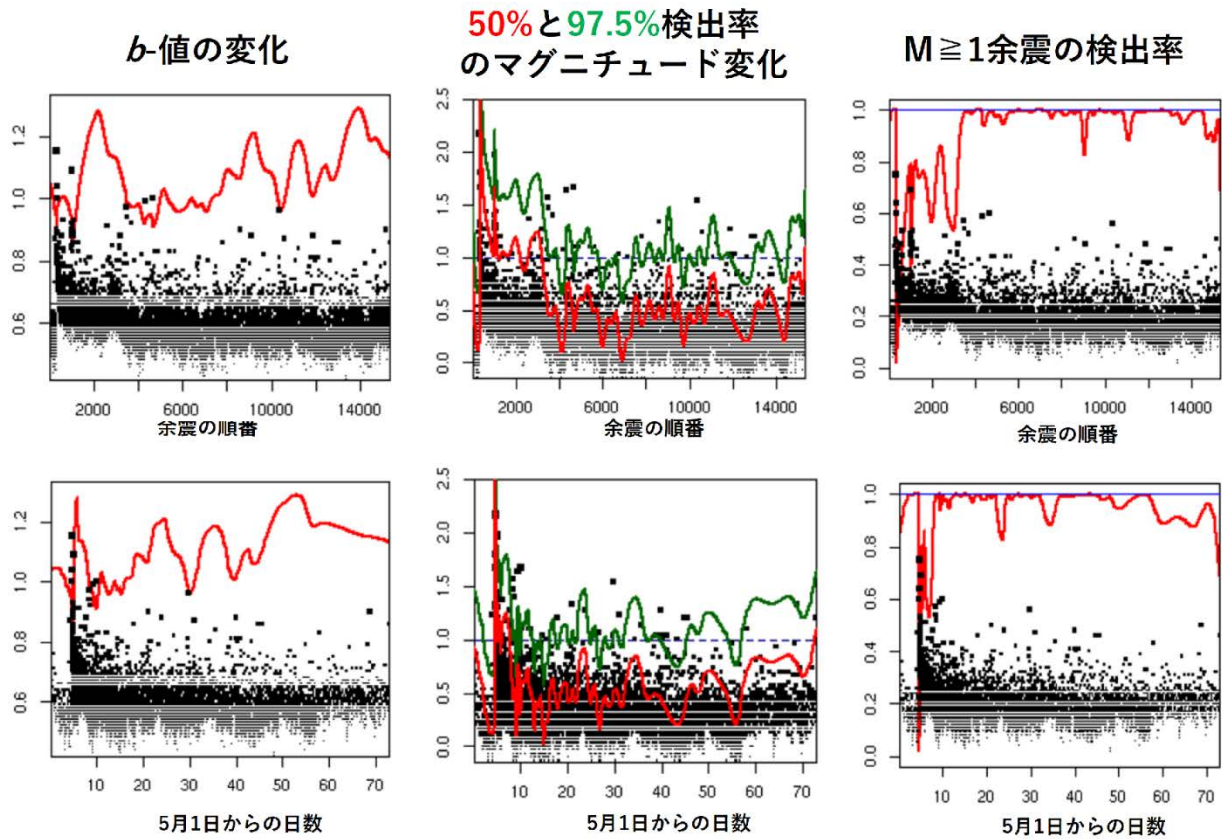
第 1 図 検出マグニチュード分布モデルの模式図. 本文 (1) 式参照

Fig. 1 Schematic diagram of the detected magnitude distribution model. See equation (1) in the main text.



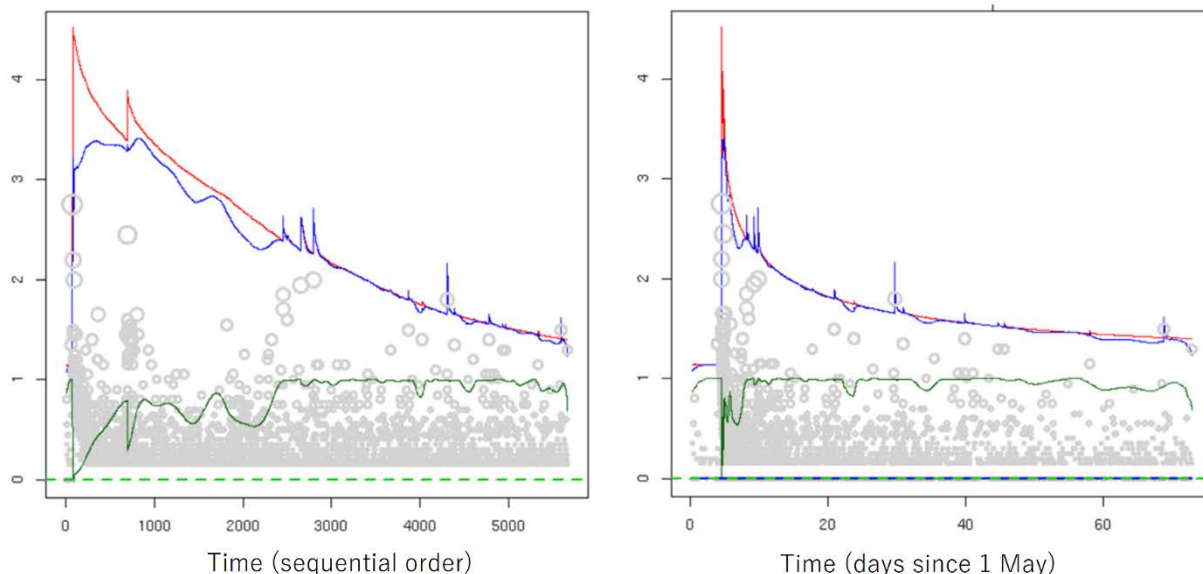
第 2 図 2023 年 5 月 能登半島 M6.5 地震の余震. 累積関数図

Fig. 2 May 2023 Noto Peninsula M6.5 earthquake's aftershocks. Cumulative function diagram.



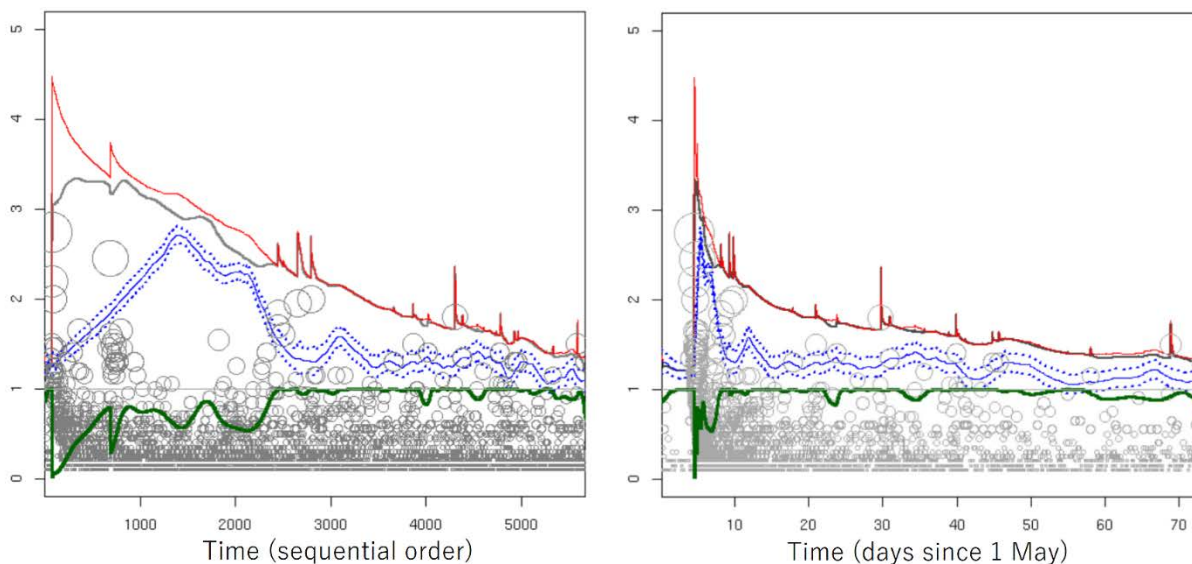
第 3 図 2023 年 5 月 能登半島 M6.5 地震の余震とそれらの検出率。
 左側図は b -値の変化，中央図は 50% 検出率のマグニチュード ν 値の変化（赤曲線）と 97.5% 検出率のマグニチュード変化（緑曲線），右側図は $M \geq 1$ 余震の検出率（赤曲線）。黒点は検出された全ての余震のマグニチュード。水平軸は，上段図が地震の順番で下段図が 5 月 1 日からの日数。

Fig. 3 May 2023 Noto Peninsula M6.5 aftershocks and their detection rates.
 Left side column shows b -value change. Middle column shows ν -value change with 50% detection rate (red curve) of magnitude and 97.5% detection rate (green curve). Right side column shows detection rate of $M \geq 1$ aftershocks. Black dots are magnitudes of all detected aftershocks. Horizontal axis is the order of earthquakes in the upper panel and the number of days since May 1 in the lower panel.



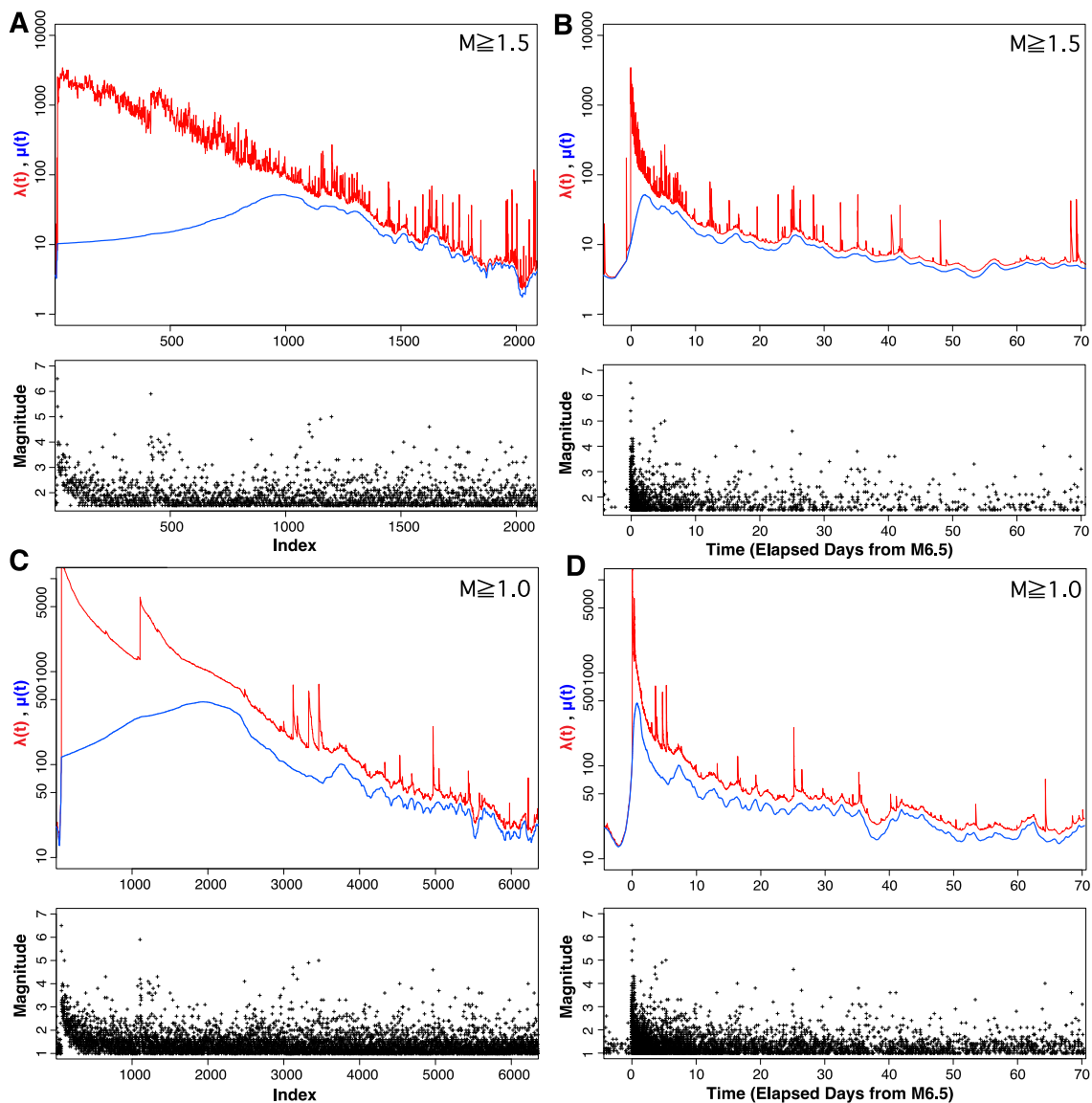
第 4 図 2023 年 5 月 能登半島 M6.5 地震の余震：定常 ETAS モデル，本文 (3) 式で適合
 赤色曲線は $M \geq 1$ 余震の基本活動率の推定値（常用対数），青色曲線は活動率の観測値（常用対数），緑色曲線は $M \geq 1$ 余震の検出率（線形スケール），灰色の円は $M \geq 1$ 余震のマグニチュード（線形スケール）．
 平軸は，左図が地震の順番で右図が 5 月 1 日からの日数．

Fig. 4 May 2023 Noto Peninsula M6.5 Aftershock: Stationary ETAS model fitting (3).
 Red curves are estimates of the basic activity rate for $M \geq 1$ aftershocks (normal logarithm), blue curves are observed activity rates (normal logarithm), green curves are detection rates for $M \geq 1$ aftershocks (linear scale), and gray circles are magnitudes for $M \geq 1$ aftershocks (linear scale). The horizontal axis shows the order of earthquakes on the left and the time of days since May 1 on the right.



第 5 図 2023 年 5 月 能登半島 M6.5 地震の余震：非定常 ETAS モデル，本文 (4) 式適合
 赤色曲線は $M \geq 1$ 余震の基本活動率の推定値（常用対数），灰色曲線は活動率の観測値（常用対数），誤差付き青色曲線はバックグラウンド発生率（常用対数），緑色曲線は $M \geq 1$ 余震の検出率（線形スケール），灰色の円は $M \geq 1$ 余震のマグニチュード（線形スケール）．水平軸は，左図が地震の順番で右図が 5 月 1 日からの日数．

Fig. 5 May 2023 Noto Peninsula M6.5 Aftershock: Non-stationary ETAS model fitting (4).
 Red curves are estimates of the basic activity rate for $M \geq 1$ aftershocks (normal logarithm), gray curves are observed activity rates (normal logarithm), blue curves with errors are background occurrence rates (normal logarithm), green curves are detection rates for $M \geq 1$ aftershocks (linear scale), and gray circles are magnitudes for $M \geq 1$ aftershocks (linear scale). The horizontal axis shows the order of earthquakes on the left and the time of days since May 1 on the right.



第 6 図 余震 ($M \geq 1.5$, $M \geq 1.0$, 7 月 14 日まで) に当てはめた非定常 ETAS モデル。
 パネル A, B は $M \geq 1.5$, パネル C, D は $M \geq 1.0$. 各パネル上段図の赤曲線と青曲線はそれぞれ、欠測を考慮しない非定常 ETAS モデル²⁻⁶⁾の成分 $\lambda(t)$ と $\mu(t)$ を示している。各パネル下段図は余震のマグニチュード。左側パネル A, C の水平軸は地震の順番で、右図パネル B, D が 5 月 5 日 M6.5 発生時からの経過日数。

Fig. 6 Nonstationary ETAS model²⁻⁶⁾ fitted to aftershocks ($M \geq 1.5$, $M \geq 1.0$).
 Each upper panels: red and blue curves indicate components $\lambda(t)$ and $\mu(t)$ of nonstationary ETAS model²⁻⁶⁾, respectively. Each lower panel: magnitudes of aftershocks. A, B: $M \geq 1.5$. C, D: $M \geq 1.0$. Horizontal axes for left panels (A, C) are the order of earthquakes, for the right panels (B, D) are the number of days since M6.5, May 5.