

10 – 6 地殻活動の予測実験（1）－内陸地震の短期確率予測と評価について

Experiments in Prediction of Crustal Activity (1) — Short-term Probability Prediction and Evaluation of Inland Earthquakes

尾形良彦（統計数理研究所）

OGATA Yoshihiko (The Institute of Statistical Mathematics)

1. 内陸部の地震活動度予測のための短期予測モデル

現在進行中の地震活動の震源データから、各地の時空間地震活動の短期予測を実行できるようにするため階層ベイズ型的時空間 Epidemic-Type Aftershock Sequence (HIST-ETAS) モデル

$$\lambda_{\theta}(t, x, y | H_t) = \mu(x, y) + \sum_{\{i; t_i < t\}} \frac{K_0(x_i, y_i)}{(t - t_i + c)^{p(x, y_i)}} \left[\frac{(x - x_i, y - y_i) S_j^{-1}(x - x_i, y - y_i)^t}{e^{\alpha(x, y_i)(M_i - M_0)}} + d \right]^{-q(x, y_i)} \quad (1)$$

を使う¹⁻³⁾、ただし $H_t = \{(t_j, x_j, y_j, M_j); 0 < t_j < t, M_j \geq M_c\}$ は $M_c = 4.0$ 以上の地震の時刻 t までの全ての発生情報履歴である。パラメタ $\mu(x, y)$ は常時活動密度でパラメタ $K_0(x, y)$ は短期予測に有用な余震誘発強度の位置情報になり、本震直後からの余震発生の時空間的予測に使用される。パラメタ α, p, q が、(1) 式のように場所 (x, y) に依存する場合は (a) HIST-ETAS5pa モデルと呼び、定数の場合は (b) HIST-ETAS- μK モデルと呼ぶことにし、本報告では前者のモデルによる予測図を第 1 図の動画で示した⁴⁾。さらに、一定の背景密度 $\mu(x, y) = \mu$ が内陸のみで成り立ち、海域では $\mu(x, y) = 0$ とする、(c) 最尤推定値 (MLE) の時空間 ETAS モデルも考慮する。

時間的に一様で、かつ内陸部のみで同一値の発生率で、その外域では発生率 0 の (d) 内陸部一様ポアソン過程を基準モデルとして上記のモデル (a) ~ (c) 同士を以下の規準で時空間的に比較を試みた。

2. 予測・検証・評価

学習期間として、宇津カタログを含む気象庁 PDE 震源カタログに基づき $S = 2018$ 年までのデータから求めた上記モデルの ABIC 適合度は、モデル (c), (b), (a) の順に優れているが、実際に最大事後分布 (MAP 解) モデルで良く予測できるかについては不明である。

そこで、2019 年から最近 3 年間の時間区間 $S \leq t \leq T$ での発生率を各 MAP 解で予測した。たとえば第 1 図の動画は (a) モデルによる各地震発生時までの予測率の画像列である。地震の発生ごとに計算された対数尤度累積スコア

$$\log L(t_i, x_i, y_i; M_c) = \sum_{\{j; S < t_j < t_i\}} \log \hat{\lambda}(t_j, x_j, y_j | H_{t_j}) - \int_S^{t_i} \iint_{\text{Inland}} \lambda(t, x, y | H_t) dx dy dt \quad (2)$$

およびその増減差分値

$$\Delta(t_i, x_i, y_i) \triangleq \log L(t_i, x_i, y_i) - \log L(t_{i-1}, x_{i-1}, y_{i-1}), \quad i = 1, 2, \dots, \#(\text{forecast events}) \quad (3)$$

の大小で、時間・空間的な予測結果の優劣を評価する（第 2, 3, 4 図参照）。予測結果は 2019 – 2022 を通して、総じて (a) HIST-ETAS-5pa モデルが最も優れており、(b) HIST-ETAS- μK モデルがそれに次ぐ。しかし、どの地域でも、どの活動時も常に良い結果となるわけでない（第 2, 3, 4 図参照）。時と場所によって、最尤推定値モデル (c) がベイズ (b) MAP 解モデルに劣らない場合が見られる。強く狭い地域性がかなり予測の評価に反映していると考えられる。

3. 追記

このように優劣が微妙な場合には、逐次的に尤度を重みとして、平均化されたベイズ予測を採用することで予測を改善できる可能性があるが、時間的余裕がなく今回は結果を示さなかった。また本報告では 2019 年までのデータの推定をそのまま使っている。

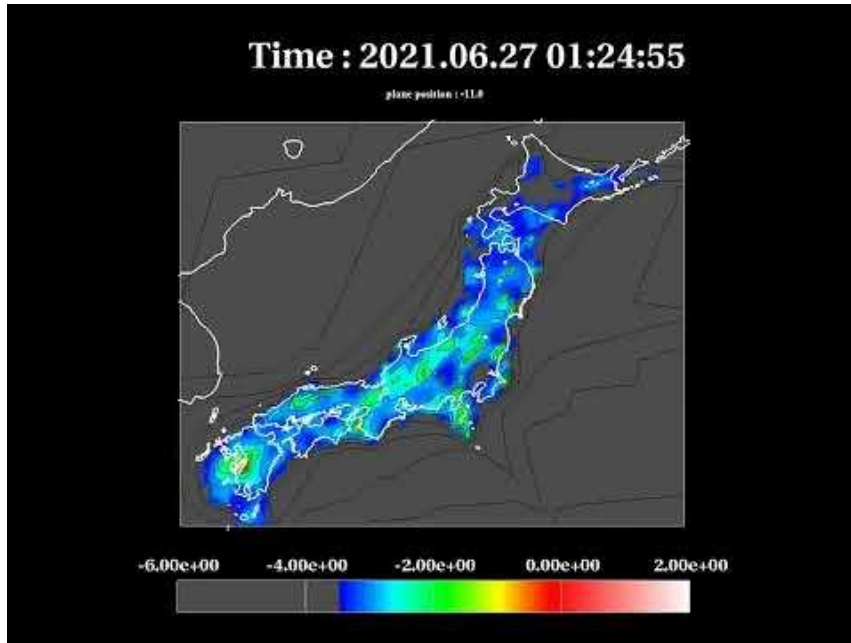
また、短期予測の本来は、2000 年から 3 年間に地震が一つ起こるごとに、逐次的に推定をやり直し、そのもとで予測をする。しかし、評価結果には長々とした計算を必要とするので、今回の評価設定に反映されていない。

謝辞

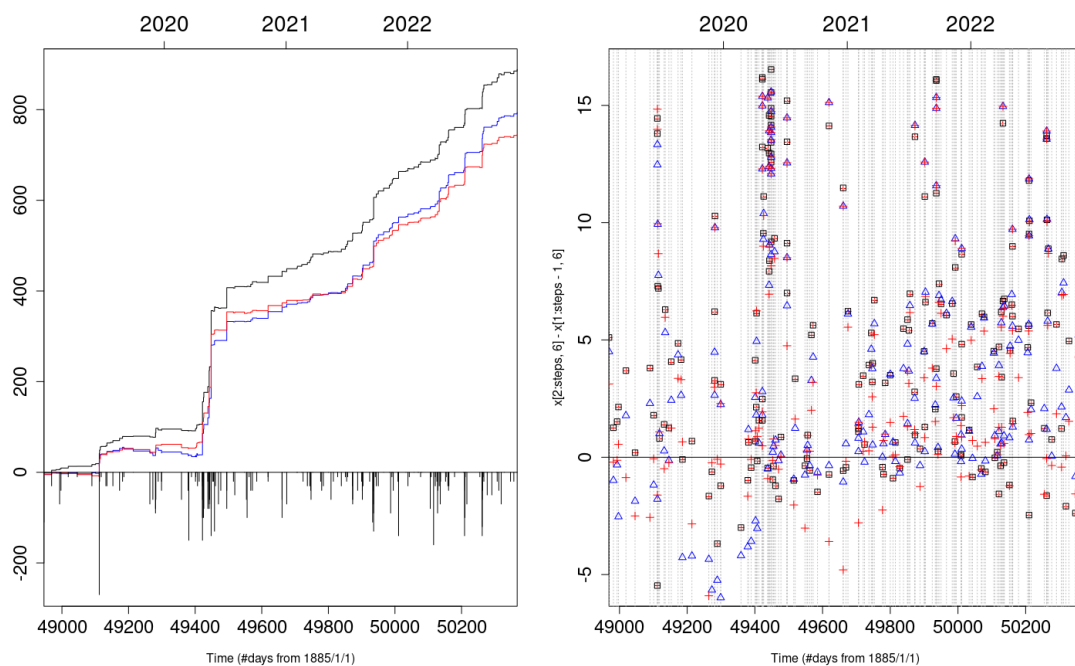
気象庁一元化 PDE 震源カタログを使用しました。

参考文献

- 1) 統計数理研究所 (尾形良彦, 2010), 予知連会報 **83** (1-2) 5-8,
https://cais.gsi.go.jp/YOCHIREN/report/kaihou83/01_02.pdf
- 2) 統計数理研究所 (尾形良彦, 2013), 予知連会報 **109**, 掲載予定
- 3) 庄建倉, 尾形良彦 (2015) 統計数理 **63** (1), <https://www.ism.ac.jp/editsec/toukei/pdf/63-1-029.pdf>
- 4) Ogata Yosihiko YouTube avspredict5pa <https://www.youtube.com/watch?v=l9r8pLVrYkE>

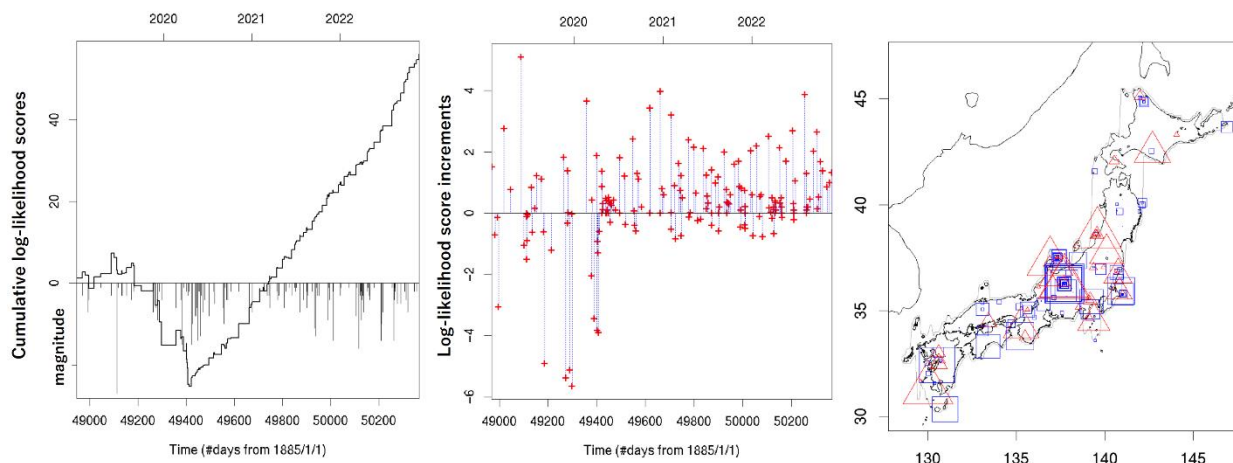


第 1 図 HIST-ETAS5pa (a) モデルの短期予測の動画
<https://www.youtube.com/watch?v=l9r8pLVrYkE&list=PL8kF1GCipFPvZDWZvMk5At-txqIskUKOo&index=5>
 Fig. 1 Animation of the short-term prediction sequence by HIST-ETAS5pa model (a).



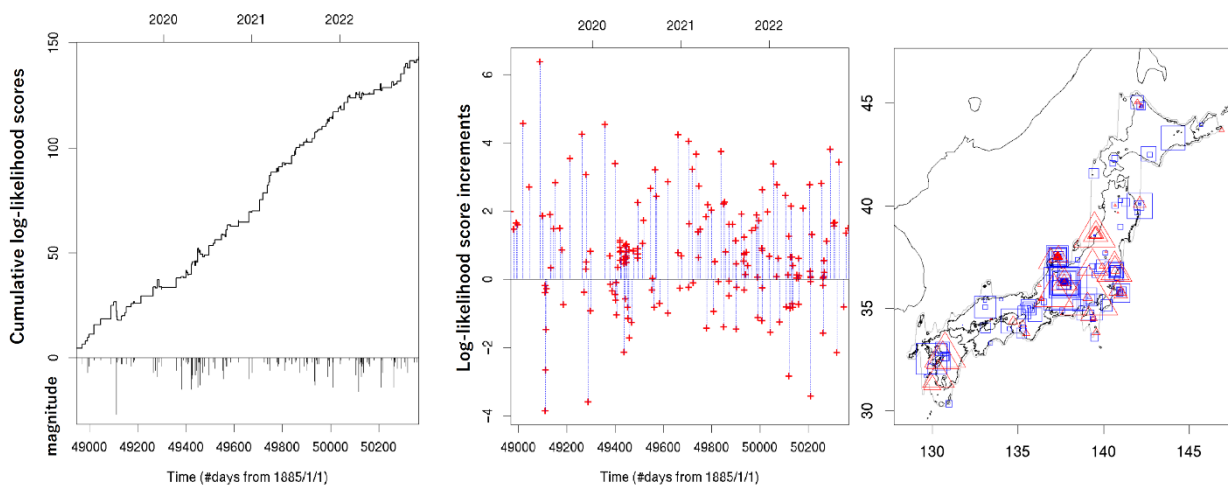
第 2 図 各種時空間 ETAS モデルの (左図) 対数尤度スコア (2) と (右図) それらの差分 (3) の時間的推移。左図の累積の黒線、青線および赤線、そして右図の黒□、青△および赤+は、それぞれ時空間 ETAS モデル (a) HIST-ETAS5pa, (b) HIST-ETAS- μK および (c) MLE 時空間 ETAS モデルに対応する。左図の線分はマグニチュード系列を下向きに描いた。

Fig. 2 Log-likelihood scores (2) and their differences (3) for various space-time ETAS models. The cumulative black, blue and red lines in the left panel and the black □, blue △ and red + in the right panel correspond to models (a), (b) and (c), respectively. The line segments in the left figure depict the magnitude series downward.



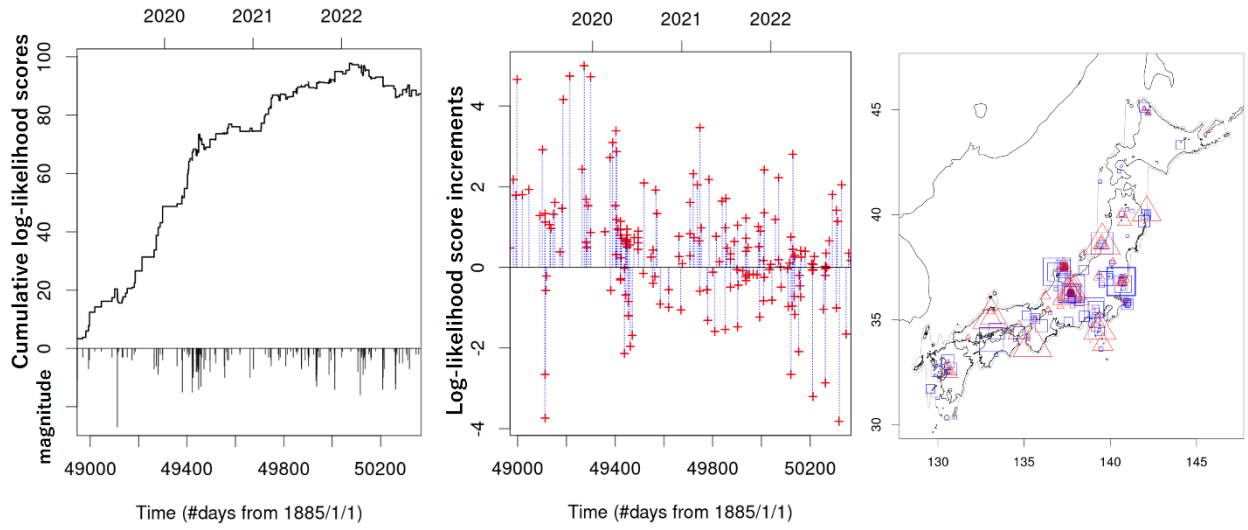
第 3 図 HIST-ETAS- μK (b) モデルの通常時空間 ETAS (c) モデルに対する対数尤度スコアの比較。
 左図は予測結果の地震系列について累積対数尤度チュード系列を下向きに描いた。中図の赤+印はそれらの差分の時間推移。右図は対数尤度スコアの差分値の位置依存。青口は正值、赤△は負値。

Fig. 3 Comparison of log-likelihood scores for HIST-ETAS- μK (b) model against the normal space-time ETAS (c) model. The left figure depicts the cumulative log-likelihood for the resulting earthquake series. The magnitude series are drawn downward. The red plus sign in the middle panel shows the time evolution of their score differences. The right figure shows the position dependence of the score difference values of the log-likelihood scores for each realized earthquakes. Blue squares indicate positive values, and red triangles indicate negative values.



第 4 図 HIST-ETAS5pa (a) モデルの通常時空間 ETAS (c) モデルに対する対数尤度スコアの比較。
 第 3 図と同じ説明。

Fig. 4 Comparison of log-likelihood scores for HIST-ETAS5pa (a) model against the normal space-time ETAS (c) model. Same description as in Figure 3.



第 4 図 HIST-ETAS5pa (a) モデルの HIST-ETAS- μK (b) モデルに対する対数尤度スコアの比較。
第 3 図と同じ説明。

Fig. 4 Comparison of log-likelihood scores for HIST-ETAS5pa (a) model against HIST-ETAS- μK (b) model.
Same description as in Figure 3.