

7-1 マグニチュードの分布の η 値と地震予知

η -value for Magnitude Distribution and Earthquake Prediction

東京大学地震研究所

宇津 徳治

Tokuji Utsu

Earthquake Research Institute, University of Tokyo

1. η 値の定義と性質

地震のマグニチュード M の度数分布の特性を 1 個の数値で表すとき、もっともひんばんに用いられるのが、Gutenberg-Richter の式の b 値である。ある地域、期間に発生したマグニチュード M_s 以上の地震が G-R 式に従う母集団からのランダムサンプルであると仮定したとき、 b 値は次の式で推定される。

$$b = (\log e) / E [X] \quad (1)$$

ただし、 E は平均を表し、 $X = M - M_s$ 、 $\log e = 0.43429$ である。

地震は近似的に G-R 式に従って発生しているとみなせる場合が多いが、そのとき $\log N$ (N はマグニチュード M 以上の地震の数) 対 M のグラフは直線となり、 b 値はその傾斜に当たる。 b 値が地震の発生地域、期間等により異なるか否かは 20 年以上前から論じられており、 b 値の変動と大地震の発生の関連性や前震の b 値についての研究もいくつか発表されている。

マグニチュードがどのような分布をしようとも、 b 値を(1)式によって求めれば、すべての M が M_s に等しい場合を除き必ずある正の値が得られる。 M_s を固定した場合、 M_s よりもずっと大きい地震を多数含んでいるデータは、マグニチュードの平均値が大きく、 b 値は小さくなり、逆に M_s に近い小さい地震ばかりから成るデータでは、 b 値は大きくなる。地震の発生が G-R 式に従うか否かを問わず b 値は地震のマグニチュード分布のこのような性質を表しているが、マグニチュード分布の特性を表す数値はほかにも考えられる。

かつて筆者¹⁾ は次の η 値を考えた。

$$\eta = E [X^2] / E^2 [X] \quad (2)$$

一般に分散を V で表すと $V [X] = E [X^2] - E^2 [X]$ であるから

$$\eta = V [X] / E^2 [X] + 1 \quad (3)$$

G-R 式が成り立つことは X が指数分布に従うことであり、指数分布では $V [X] = E^2 [X]$ であるから、このときは η の理論値は 2 となる。また、 $\log N$ 対 M のグラフが上に凸になるような分布の場合は $\eta < 2$ でありその逆の場合は $\eta > 2$ となる。一般に η は $1 < \eta < \infty$ の値をとり得る。 η の代わりにその逆数を用いてもよい。 η^{-1} は $0 < \eta^{-1} < 1$ の値をとる。

η 値を導入した論文¹⁾でも述べたが、自然地震のデータについて η 値を求めてみると $\eta < 2$ の場合が多い。後述のように、G-R 式に従う母集団からのランダムサンプルについても $\eta < 2$ となるほうがそれ以外の場合よりやや多く、特にサンプル数が小さいときその傾向が著しいが、自然地震に関して $\eta < 2$ の例が多いのはこの効果だけでは説明できない。

マグニチュード分布において、 η 値が b 値とはまったく違う性質を表すものであるためには、同一の母集団からの同じ個数のランダムサンプルについては b と η は独立であることが必要である。このことを一般的に証明することは難しいが、数値実験によって調べることはできる。

ここでは $G - R$ 式（指数分布）に従う母集団から、サンプル数 N_s を 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500 とするランダムサンプルの組を、それぞれ 2 ~ 5 万組ずつ作り、各組について b , η を(1)および(3)により計算し b , η の度数分布、 b と η の相関を調べた。 η の分布を正規確率紙上に示したものが第 1 図である。これをみるとサンプル数 N_s が十分大きいときは、 η はほとんど 2 であるが、 N_s が小さいと散らばりが大きく、 η の平均値 $\bar{\eta}$ あるいは中央値（メディアン） $\tilde{\eta}$ は 2 より小さくなるのがわかる。しかし b と η の間の相関はほとんど認められない（相関係数の絶対値は 0.05 以下）。第 2 図に $\bar{\eta}$ および $\tilde{\eta}$ と N_s の関係を示す。

別の極端な例として、 M_s から $M_s + c$ までの区間で M が一様分布する母集団をとりあげる。この場合の図は省略するが、 N_s の大小に拘らず b の平均はほぼ $0.87 / c$ に等しく、 η の平均は約 1.33 となる（この母集団に対する理論値は $b = 2 (\log e) / c$, $\eta = 4 / 3$ ）。また b と η の間には強い正の相関が見られる。

2. 前震の η 値

1926 年 ~ 1985 年に日本付近に起こった $M_{5.0}$ 以上の地震のうち、気象庁の地震月報に $M_{4.0}$ 以上の前震が 5 個以上記載されているものは第 1 表に示す 22 個である。前震、本震、余震の判定はある基準を設けて計算機により行ったが、その基準の説明は省略する。なお、その基準によると、1945 年三河地震とその前震・余震はみな東南海地震の余震に分類されるが、ここでは三河地震の前震・余震とみられるものを別に拾い出して扱った結果も含めた。

前震と余震について b 値と η 値を(1), (2)によって求めた。 $M_{4.0}$ 以上の余震が 50 個を越える場合（4 例）については時間順に初めから 50 個をとり、それについて求めた値を示した。

本震とその次に大きい地震のマグニチュード差 $M_m - M_1$ が 0.4 以下の場合を仮に群発地震と呼ぶこととし、第 1 表の条件 1 の欄に s と記した。22 例中 9 例が s である。この s と余震のデータが少ない 1 例を除いた残り 12 例のうち、前震の η 値が余震のそれよりも小さい（ $\eta_f < \eta_a$ ）ものが 11 例を占める。余震との比較でなく η_f 値そのものが小さいもの、例えば $\eta_f < 1.5$ は 9 例ある（群発地震については $\eta_f < 1.5$ は 9 例中 5 例）。

第 1 表には含めないが、1978 年伊豆大島近海地震の翌朝、余震域の西側の伊豆半島中部に起こった $M_{5.8}$ の地震は、それ自身の前震・余震を伴った。この例では $M_{3.0}$ 以上でほぼ完全なデータが気象庁地震月報から得られる。東経 $138^{\circ}57'$ 以西の伊豆半島に起こった地震を用い $M_s = 3.0$ とした場合、 $N_f = 7$, $b_f = 0.40$, $\eta_f = 1.51$, $N_a = 15$, $b_a = 0.65$, $\eta_a = 1.89$ となる。また、1984 年長野県西部地震の翌朝、余震域の西側に起こった $M_{6.2}$ の地震もそれ自身の前震・余震を伴った。これらの地震を用い $M_s = 3.0$ とした場合、 $N_f = 27$, $b_f = 0.98$, $\eta_f = 2.07$, $N_a = 50$ （最初の 50 個を採用）、 $b_a = 1.08$, $\eta_a = 2.47$ となる。これら二つの場合も $\eta_f < \eta_a$ である。

第 1 図に見られるように、 $G - R$ 式に従う母集団については、サンプル数が小さいと η は小

さく求まる傾向がかなり明瞭である。 ηf と ηa の大小関係を論ずる際にはこのことを考慮する必要がある。なお、実際の地震についてはG-R式よりやや異なるMの分布をしている母集団を考えたほうがよいかもかもしれない。例えばMにある上限 M_c を考えた改良G-R式¹⁾を採用して、第1図に相当するものを作ってみると、図は省略するが、 η 値は全般的に小さくなり、 η 値のサンプル数による依存性は若干小さくなる。

第1表でもそうであるが、前震の数 N_f のほうが余震の数 N_a より小さい場合が多いので、 $\eta f < \eta a$ となるのは、そのためではないかとも考えられる。 η 値にどのような補正をすればデータ数の影響を除くことができるかは、データがどのような母集団からのサンプルであるかにも依存し、補正方法を定めるのは容易でない。ここではとりあえずG-R式に従う母集団から N_s 個のサンプルをとったときの η の平均値 $\bar{\eta}$ と母集団の値 2 との差、すなわち $2 - \bar{\eta}$ を加えることとする。 $2 - \bar{\eta}$ は N_s が4から100の間ではほぼ $\log(2 - \bar{\eta}) = 0.15 - 0.69 \log N_s$ で与えられる。

第3図は第1表の地震について ηf と ηa の関係を示したもので、白丸が第1表でsを付けた地震、黒丸がその他の地震である。なお、前述の1978年の伊豆半島中部の地震、1984年の長野県西部の地震についても黒丸としてプロットしてある。黒丸については先に述べたように1例を除いて $\eta f < \eta a$ である。矢印の先端は上記の補正をしたときの移動先で、補正後は4例が $\eta f > \eta a$ となるが、この補正はもしかしたら過補正かもしれない。

サンプル数の違いによる影響を除く別の方法として、余震に対しては前震とは違う M_s を採用し、データ数が等しくなるようにして求めた η を比較してみる。例えば第1表の北伊豆地震では余震の M_s を4.5にとると N_a は N_f と同じく13となり、このデータセットに対しては $b_a = 0.60$ 、 $\eta a = 1.74$ となる。

このようにすると、この例では ηf と ηa はほぼ等しくなってしまうが、第1表のほかの地震では、半数についてはむしろ差が広がり、ほとんどの場合 $\eta f < \eta a$ であることに変わりはない。

前震の b 値が余震の b 値より小さい例はSuyehiro et al.²⁾以来いくつかの例が報告されている(逆の例もある)。これらの場合、 η 値についてはどうなるかは興味深いが、前震・余震のMのデータが掲載されている論文は少ない。Suyehiro et al.が扱った例(1964年1月22日の長野県北部の地震、 $M = 3.3$)では振幅5.0mm以上のデータを用いると $\eta f = 2.11$ 、 $\eta a = 1.84$ となる。Mのデータが掲載されていなくても、 $\log N$ 対Mのグラフの形から前震・余震の η 値の大小関係が推測できる場合もある。このようなものでは $\eta f < \eta a$ の例が多いように思えるが、確定的なことは言えない。Mogi³⁾は岩石破壊実験の際のAEの大きさ分布の m 値($m = b + 1$)が大破壊の前震ではその余震より小さいことを発見した。この論文の図をみると、AEの振幅の対数の分布は前震のほうが余震より η 値が小さいと思われる。

以上のいくつかの例をみると、データが十分でないので確定的なことは言えないが、 η 値は前震のほうが余震あるいは常時発生している地震よりも小さい場合が多いのではないかと思われる。また、大地震の発生に関連してその前後で周辺地域の地震の η 値が変動するか否かも、調査する価値がある。このように η 値も地震予知の項目としてかなり期待が持てそうに思われるので、今後、マグニチュードの分布に着目するときには、 b 値と同様、 η 値についても調べ

てみることを提案したい。

参 考 文 献

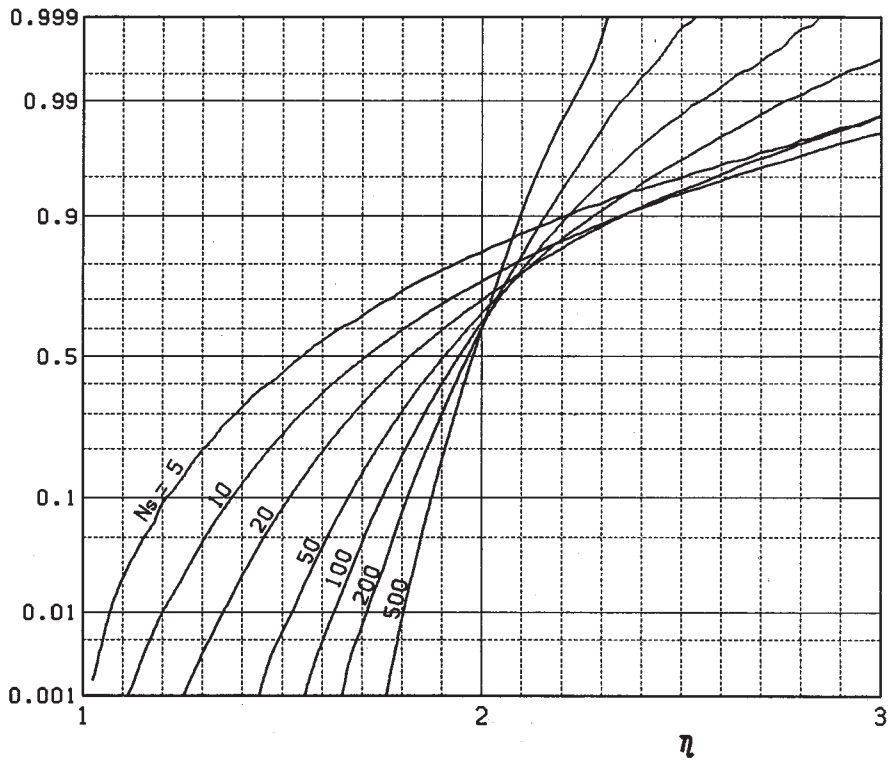
- 1) 宇津徳治：地震のマグニチュード分布式のパラメータの推定, 地震2, **31** (1978), 367 - 382.
- 2) Suyehiro, S., T.Asada, and M.Ohtake : Foreshocks and aftershocks accompanying a perceptible earthquake in central Japan, Papers Met. Geophys., **15** (1964) , 71 - 84.
- 3) Mogi,K. : The fracture of a semi-infinite body caused by an inner stress origin and its relation to earthquake phenomena (second paper), Bull. Earthq. Res. Inst., **41**(1963) , 595-614.

第1表 M4以上の前震が5個以上ある地震 ($M_m \geq 5$) の前震・余震の b 値, η 値,
 M_m : 本震の M , M_1 : 次に大きい地震の M , M_s : b と η の計算に用いた地震
 の M の下限 (実際には表の値から 0.05 を引いたものを M_s とする)。

Table 1 b and η values for foreshock and aftershock sequences.

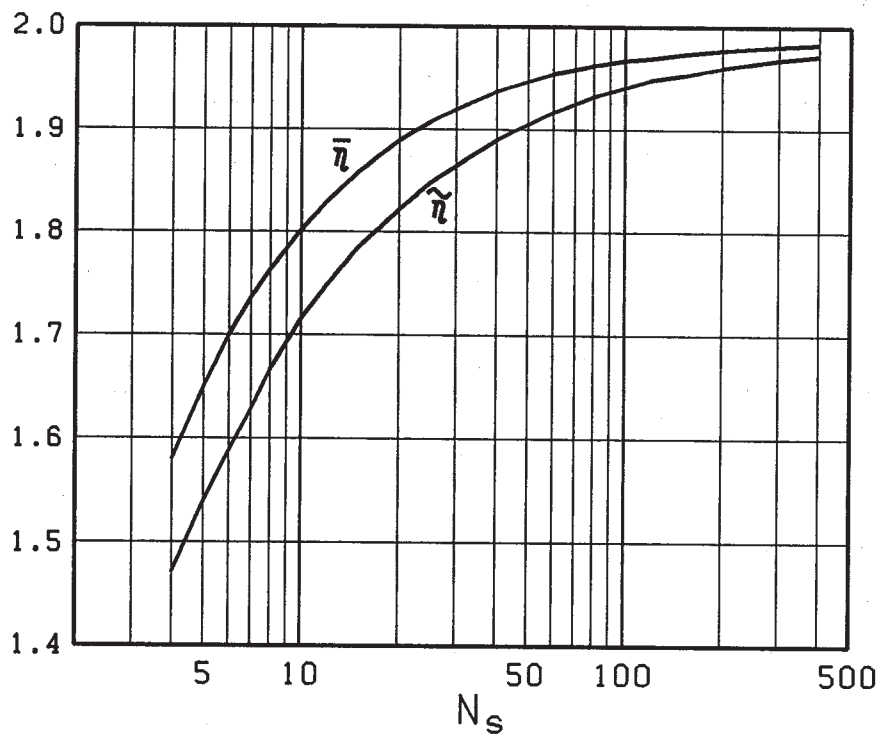
年月日	本震 地震名	震 M_m	M_1	M_s	前震			余震			条件*				
					N_f	b_f	η_f	N_a	b_a	η_a	1	2	3	4	5
1930. 3. 22	伊東群発	5.9	5.8	4.0	45	1.03	1.38	48	1.29	2.50	s	y	y	!	
1930. 11. 26	北伊豆	7.3	6.3	4.0	13	1.08	1.68	43	0.83	2.23				y	
1935. 9. 25	三宅島沖	5.4	5.1	4.5	12	1.24	1.34	Few data			s	-	-	!	
1940. 11. 14	茨城県沖	6.2	5.1	4.0	5	1.01	1.85	Few data			-	-			
1941. 11. 19	日向灘	7.2	6.3	4.5	5	0.92	1.59	24	0.77	1.74				y	
1943. 4. 11	茨城県沖	6.7	6.3	4.5	8	0.48	1.57	14	0.60	1.54	s	y	!		
1945. 1. 13	三河地震	6.8	5.7	4.0	6	0.42	1.39	50	0.65	1.42		y	!	y	
1952. 10. 26	三陸沖	6.5	6.4	5.0	9	0.58	1.22	14	0.68	1.56	s	y	!	y	
1962. 8. 26	三宅島沖	5.9	5.8	4.0	6	1.24	1.44	50	0.85	1.71	s			y	
1963. 5. 8	茨城県沖	6.1	5.3	4.0	5	0.74	1.57	8	0.87	1.67		y		y	
1965. 9. 18	茨城県沖	6.7	6.2	4.0	9	0.46	1.44	33	0.79	1.90		y	!	y	
1965. 11. 6	神津島沖	5.6	5.2	4.0	7	0.59	1.19	4	0.97	1.23	s	y	!	y	
1966. 4. 5	松代群発	5.4	5.4	4.0	29	0.96	1.49	50	1.51	1.84	s	y		y	
1975. 1. 23	阿蘇地震	6.1	5.5	4.0	6	0.84	1.86	6	0.63	1.31					
1977. 12. 24	岩手県沖	5.9	5.5	4.0	6	0.81	1.46	13	0.57	1.36	s			!	
1978. 1. 14	大島近海	7.0	5.8	4.0	5	0.79	1.49	17	0.79	1.96				y	
1978. 4. 7	千葉県沖	6.1	5.1	4.0	5	0.58	1.12	6	1.53	1.36		y	!	y	
1980. 6. 29	伊豆沖	6.7	5.0	4.0	5	0.69	1.24	8	0.83	1.45		y		y	
1981. 1. 19	宮城県沖	7.0	6.2	4.5	5	0.41	1.16	25	0.74	1.92		y	!	y	
1982. 7. 23	茨城県沖	7.0	6.2	4.0	11	0.67	1.46	50	0.71	1.78		y		y	
1982. 8. 12	岩手県沖	5.2	5.1	4.0	7	0.65	1.36	9	0.72	1.23	s	y	!	!	
1982. 12. 28	三宅島沖	6.4	5.9	4.0	15	0.74	2.01	23	1.13	2.49		y		y	

*条件1: sは $M_m - M_1 < 0.5$, 2: yは $b_f < b_a$, 3: !は $b_f < 0.6$, 4: yは $\eta_f < \eta_a$, 5: !は $\eta_f < 1.5$



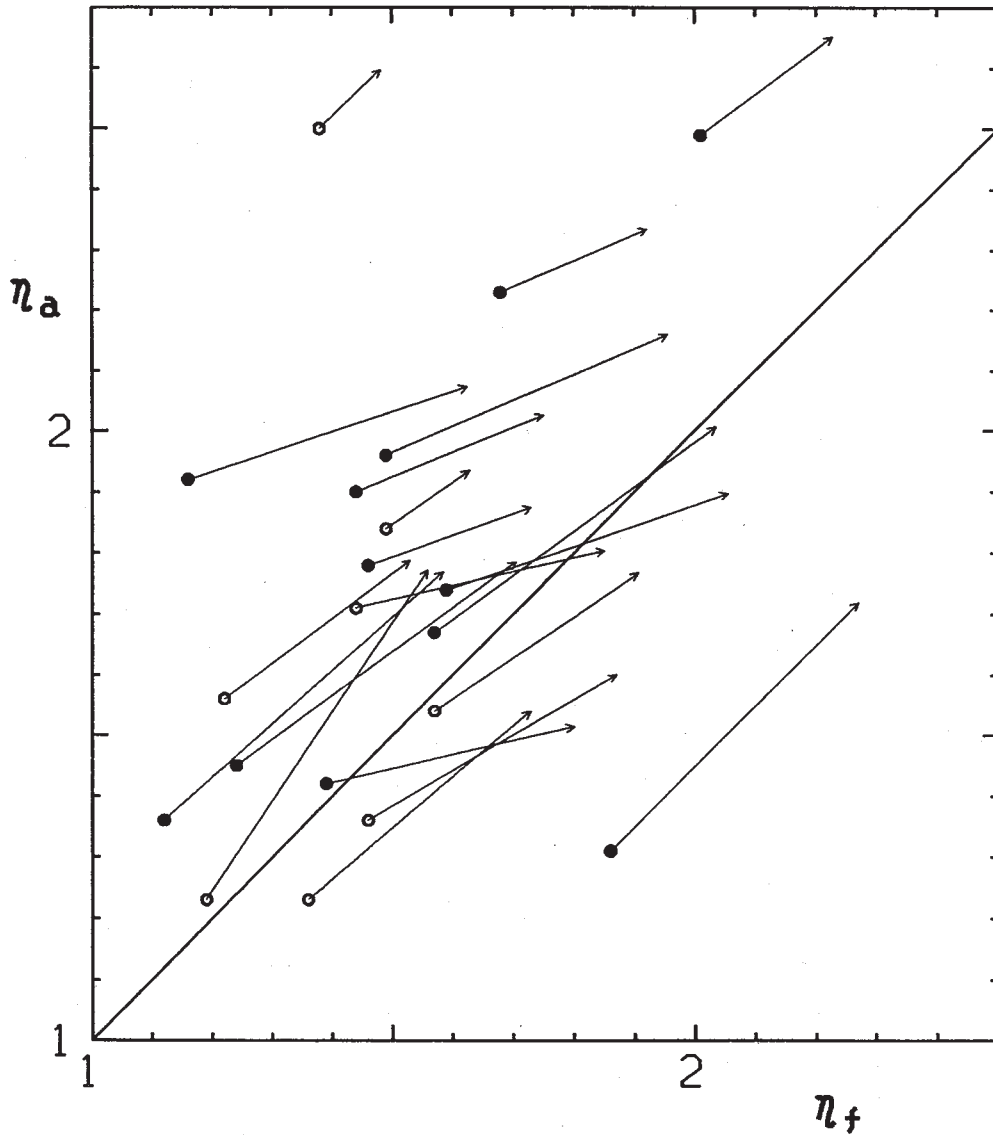
第1図 G-R母集団（指数分布）からの N_s 個のランダムサンプルの η 値の分布

Fig. 1 Distribution of η for random samples of size N_s taken from a population satisfying the Gutenberg-Richter relation.



第2図 G-R母集団（指数分布）からの N_s 個のランダムサンプルの η の平均値 $\bar{\eta}$ と中央値 $\tilde{\eta}$

Fig. 2 Mean ($\bar{\eta}$) and median ($\tilde{\eta}$) of η for random samples of size N_s from the same population as in Fig. 1.



第3図 第1表の η_f と η_a の関係。白丸は群発地震（第1表の条件1がsのもの）、黒丸は前震-本震-余震系列、矢印の先は η_f と η_a にそれぞれ N_f , N_a に対応する補正 $(2 - \frac{1}{\eta})$ を加えた値。

Fig. 3 Relation between η_f and η_a given in Table 1. Open and filled circles represent earthquake swarm and foreshock-mainshock-aftershock sequence, respectively. The arrow indicates the correction for the sample size.